

本节内容

树

常考性质

王道考研/CSKAOYAN.COM

1

树的常考性质

常见考点1: 结点数=总度数+1

结点的度——结点有几个孩子（分支）

```
graph TD; A((A)) --- B((B)); A --- C((C)); A --- D((D)); B --- E((E)); B --- F((F)); E --- K((K)); E --- L((L)); C --- G((G)); D --- H((H)); D --- I((I)); D --- J((J)); H --- M((M))
```

王道考研/CSKAOYAN.COM

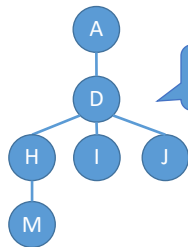
2

树的常考性质

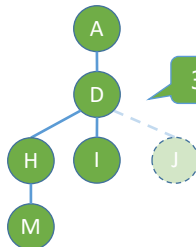
树的度——各结点的度的最大值

m叉树——每个结点最多只能有m个孩子的树

度为m的树	m叉树
任意结点的度 $\leq m$ (最多m个孩子)	任意结点的度 $\leq m$ (最多m个孩子)
至少有一个结点度 = m (有m个孩子)	允许所有结点的度都 $< m$
一定是非空树, 至少有m+1个结点	可以是空树



度为3
的树



3叉树



3叉
空树

常见考点2: 度为m的树、m叉树 的区别

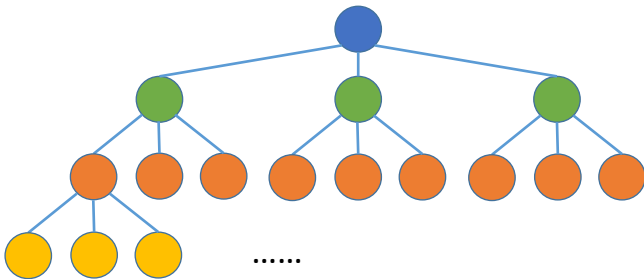
王道考研/CSKAOYAN.COM

3

树的常考性质

常见考点3: 度为m的树第i层至多有 m^{i-1} 个结点 ($i \geq 1$)

m叉树第i层至多有 m^{i-1} 个结点 ($i \geq 1$)



第1层: m^0

第2层: m^1

第3层: m^2

第4层: m^3

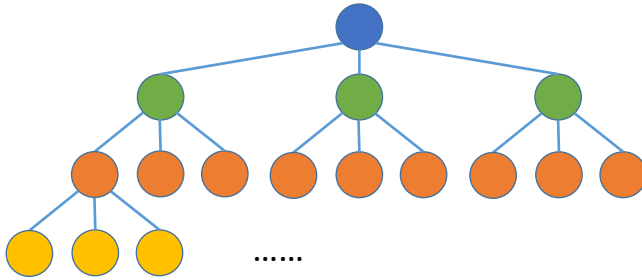
王道考研/CSKAOYAN.COM

4

树的常考性质

常见考点4：高度为 h 的 m 叉树至多有 $\frac{m^h-1}{m-1}$ 个结点。

等比数列求和公式： $a + aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1} = \frac{a(1-q^n)}{1-q}$



至少有多少个？



第1层： m^0

第2层： m^1

第3层： m^2

第4层： m^3

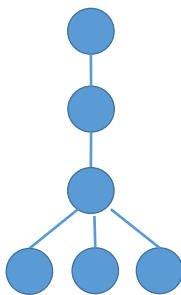
王道考研/CSKAOYAN.COM

5

树的常考性质

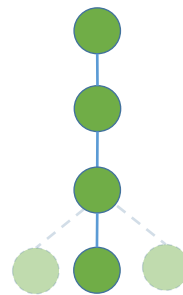
常见考点5：高度为 h 的 m 叉树至少有 h 个结点。

高度为 h 、度为 m 的树至少有 $h+m-1$ 个结点。



高度为4、
度为3的树

不会犯错



高度为4的
三叉树

王道考研/CSKAOYAN.COM

6

树的常考性质

常见考点6：具有n个结点的m叉树的最小高度为 $\lceil \log_m(n(m-1)+1) \rceil$

高度最小的情况——所有结点都有m个孩子

前h-1层最多有几个结点

$$\frac{m^{h-1}-1}{m-1} < n \leq \frac{m^h-1}{m-1}$$

前h层最多有几个结点

$$m^{h-1} < n(m-1) + 1 \leq mh$$

$$h-1 < \log_m(n(m-1)+1) \leq h$$

$$h_{\min} = \lceil \log_m(n(m-1)+1) \rceil$$

王道考研/CSKAOYAN.COM

7

知识回顾与重要考点

树的常考性质

考点1 ⊖ 结点数=总度数+1

考点2 ⊖

度为m的树

至少有一个结点度 = m

一定是非空树

m叉树

允许所有结点的度都 < m

可以是空树

考点3 ⊖

度为m的树第i层至多有几个结点?

考点4 ⊖

高度为h的m叉树至多有几个结点?

考点5 ⊖

高度为h的m叉树至少有多少个结点?

高度为h、度为m的树至少有多少个结点?

考点6 ⊖

具有n个结点的m叉树的最小高度为?

王道考研/CSKAOYAN.COM

8