

本节内容

循环冗余校验码

王道考研/CSKAOYAN.COM

1

本节总览

循环冗余校验码 (CRC 码)

CRC 码的基本思想

如何构造

如何检错纠错

循环冗余校验 (Cyclic Redundancy Check, CRC)

王道考研/CSKAOYAN.COM

2

公众号：考研拼课
配套课程请关注

循环冗余校验码的基本思想

7	1 2 6	7	1 2 6	7	1 2 1
	8 8 2		8 8 3		8 5 2
7		7		7	
1 8		1 8		1 5	
1 4		1 4		1 4	
4 2		4 3		1 2	
4 2		4 2		7	
0		1		5	

信息位	校验位
↔ K位	↔ R位

循环冗余校验码的思想：

数据发送、接受方约定一个“除数”

K个信息位+R个校验位作为“被除数”，添加校验位后需保证除法的余数为0

收到数据后，进行除法检查余数是否为0

若余数非0说明出错，则进行重传或纠错

数据出错导致余数改变——检测到错误

王道考研/CSKAOYAN.COM

3

循环冗余校验码

信息位	校验位
↔ K位	↔ R位

【例2-5】设生成多项式为 $G(x)=x^3+x^2+1$ ，信息码为101001，求对应的CRC码。

1. 确定K、R以及生成多项式对应的二进制码

$K = \text{信息码的长度} = 6, R = \text{生成多项式最高次幂} = 3 \rightarrow \text{校验码位数} N = K + R = 9$

生成多项式 $G(x) = 1 \cdot x^3 + 1 \cdot x^2 + 0 \cdot x^1 + 1 \cdot x^0$ ，对应二进制码1101

2. 移位

信息码左移R位，低位补0

1101 101001000

3. 相除

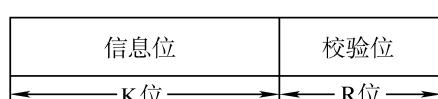
对移位后的信息码，用生成多项式进行模2除法，产生余数

王道考研/CSKAOYAN.COM

4

公众号：考研拼课
配套课程请关注

循环冗余校验码

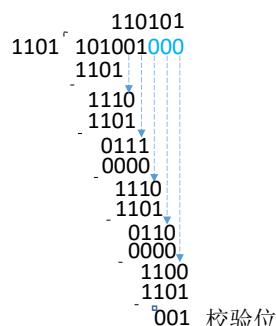


【例2-5】设生成多项式为 $G(x)=x^3+x^2+1$, 信息码为101001, 求对应的CRC码。



敲黑板啦, 知识点来啦!

注意体会:
“模2除”
“模2减”

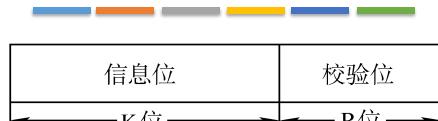


对应的CRC码:
101001 001

王道考研/CSKAOYAN.COM

5

循环冗余校验码



【例2-5】设生成多项式为 $G(x)=x^3+x^2+1$, 信息码为101001, 求对应的CRC码。

1. 确定K、R以及生成多项式对应的二进制码

$K = \text{信息码的长度} = 6, R = \text{生成多项式最高次幂} = 3 \rightarrow \text{校验码位数} N = K + R = 9$

生成多项式 $G(x) = 1 \cdot x^3 + 1 \cdot x^2 + 0 \cdot x^1 + 1 \cdot x^0$, 对应二进制码1101

2. 移位

信息码左移R位, 低位补0

3. 相除

对移位后的信息码, 用生成多项式进行模2除法, 产生余数

对应的CRC码: 101001 001

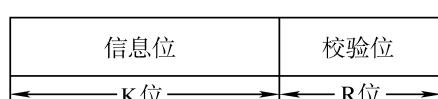
4. 检错和纠错

王道考研/CSKAOYAN.COM

6

公众号 : 考研拼课
配套课程请关注

循环冗余校验码



【例2-5】设生成多项式为 $G(x)=x^3+x^2+1$ ，信息码为101001，求对应的CRC码。

3. 相除

对移位后的信息码，用生成多项式进行模2除法，产生余数

对应的CRC码：101001 001

4. 检错和纠错

发送：101001001 记为 $C_9C_8C_7C_6C_5C_4C_3C_2C_1$

接收：101001001 用1101进行模2除 \rightarrow 余数为000，代表没有出错

接收：101001011 用1101进行模2除 \rightarrow 余数为010，代表 C_9 出错

王道考研/CSKAOYAN.COM

7

循环冗余校验码

发送：101001001 $G(x)=x^3+x^2+1$

接收：101001001 用1101进行模2除 \rightarrow 余数为000，代表没有出错

接受	余数	出错位
101001 010	001	1
101001 011	010	2
101001 101	100	3
101000 001	101	4
101011 001	111	5
101101 001	011	6
100001 001	110	7
111001 001	001	8
001001 001	010	9

王道考研/CSKAOYAN.COM

8

公众号：考研拼课
配套课程请关注

循环冗余校验码

信息位: 0100 生成多项式: $G(x)=x^3+x^2+1$ (1101) $0100\ 000$ 对 1101 模二除, 余数为 011 CRC 码: 0100 011

接受	余数	出错位
0100 010	001	1
0100 011	010	2
0100 101	100	3
0101 001	101	4
0110 001	111	5
0000 001	011	6
1100 001	110	7

对于确定的生成多项式, 出错位与余数是相对应的

理论上可以证明循环冗余校验码的检错能力有以下特点:
 1) 可检测出所有奇数个错误;
 2) 可检测出所有双比特的错误;
 3) 可检测出所有小于等于校验位长度的连续错误;

实际应用中一般只用来“检错”

K个信息位, R个校验位, 若生成多项式选择得当, 且 $2^R \geq K+R+1$, 则CRC码可纠正1位错

王道考研/CSKAOYAN.COM

9

知识回顾

由生成多项式确定“除数”。若生成多项式中 x 的最高次为 R, 则“除数”有 $R+1$ 位

构造

- K个信息位 + R个0, 作为“被除数”
- 被除数、除数进行“模二除”, 得 R位余数
- K个信息位 + R位余数 = CRC 码

校验

- 收到 $K+R$ 位数据, 与生成多项式模二除, 计算 R位余数
- 余数为 0, 说明无错误
- 余数非 0, 说明出错

检错、纠错能力

- 1) 可检测出所有奇数个错误;
- 2) 可检测出所有双比特的错误;
- 3) 可检测出所有小于等于校验位长度的连续错误;
- 4) 若选择合适的生成多项式, 且 $2^R \geq K+R+1$, 则可纠正单比特错

王道考研/CSKAOYAN.COM

10