

本节内容

循环冗余校验码

王道考研/CSKAOYAN.COM

1

本节总览

循环冗余校验码  
(CRC 码)

CRC 码的基本思想

如何构造

如何检错纠错

循环冗余校验 (Cyclic Redundancy Check, CRC)

王道考研/CSKAOYAN.COM

2

### 循环冗余校验码的基本思想

7

1 2 6

8 8 2

7

1 8

1 4

4 2

4 2

0

7

1 2 6

8 8 3

7

1 8

1 4

4 3

4 2

1

7

1 2 1

8 5 2

7

1 5

1 4

1 2

7

5

| 信息位 | 校验位 |
|-----|-----|
| K 位 |     |
| R 位 |     |

循环冗余校验码的思想：

数据发送、接受方约定一个“除数”

K个信息位+R个校验位作为“被除数”，添加校验位后需保证除法的余数为0

收到数据后，进行除法检查余数是否为0

若余数非0说明出错，则进行重传或纠错

数据出错导致余数改变——检测到错误

王道考研/CSKAOYAN.COM

3

### 循环冗余校验码

| 信息位 | 校验位 |
|-----|-----|
| K 位 |     |
| R 位 |     |

【例2-5】 设生成多项式为 $G(x)=x^3+x^2+1$ ，信息码为101001，求对应的CRC码。

1. 确定K、R以及生成多项式对应的二进制码

K = 信息码的长度 = 6，R = 生成多项式最高次幂 = 3 → 校验码位数N = K + R = 9

生成多项式 $G(x) = 1 \cdot x^3 + 1 \cdot x^2 + 0 \cdot x^1 + 1 \cdot x^0$ ，对应二进制码1101

2. 移位

信息码左移R位，低位补0

3. 相除

对移位后的信息码，用生成多项式进行模2除法，产生余数

1101 | 101001000

王道考研/CSKAOYAN.COM


4

公众号：考研拼课  
配套课程请关注

循环冗余校验码

|   |     |
|---|-----|
| 信息位                                     | 校验位 |
| <div><div>K 位</div><div>R 位</div></div> |     |

【例2-5】 设生成多项式为 $G(x)=x^3+x^2+1$ ，信息码为101001，求对应的CRC码。



注意体会：  
“模2除”  
“模2减”

敲黑板啦，知识点来啦！

110101

1101 101001000

1101

1110

1101

0111

0000

1110

1101

0110

0000

1100

1101

001 校验位

对应的CRC码：

101001 001

王道考研/CSKAOYAN.COM

5

循环冗余校验码

|   |     |
|---|-----|
| 信息位                                     | 校验位 |
| <div><div>K 位</div><div>R 位</div></div> |     |

【例2-5】 设生成多项式为 $G(x)=x^3+x^2+1$ ，信息码为101001，求对应的CRC码。

1. 确定K、R以及生成多项式对应的二进制码  
K = 信息码的长度 = 6，R = 生成多项式最高次幂 = 3 → 校验码位数N = K + R = 9  
生成多项式 $G(x) = 1 \cdot x^3 + 1 \cdot x^2 + 0 \cdot x^1 + 1 \cdot x^0$ ，对应二进制码1101

2. 移位  
信息码左移R位，低位补0

3. 相除  
对移位后的信息码，用生成多项式进行模2除法，产生余数  
对应的CRC码：101001 001

4. 检错和纠错

王道考研/CSKAOYAN.COM

6

公众号：考研拼课

配套课程请关注

王道考研/CSKAOYAN.COM

循环冗余校验码

信息位

校验位

K 位

R 位

【例2-5】 设生成多项式为 $G(x)=x^3+x^2+1$ ，信息码为101001，求对应的CRC码。

3. 相除

对移位后的信息码，用生成多项式进行模2除法，产生余数

对应的CRC码：101001 001

4. 检错和纠错

发送：101001001    记为 $C_9C_8C_7C_6C_5C_4C_3C_2C_1$

接收：101001001    用1101进行模2除    余数为000，代表没有出错

接收：101001011    用1101进行模2除    余数为010，代表 $C_2$ 出错

王道考研/CSKAOYAN.COM

7

循环冗余校验码

发送：101001001

$G(x)=x^3+x^2+1$

接收：101001001    用1101进行模2除    余数为000，代表没有出错

| 接受         | 余数  | 出错位 |
|------------|-----|-----|
| 101001 010 | 001 | 1   |
| 101001 011 | 010 | 2   |
| 101001 101 | 100 | 3   |
| 101000 001 | 101 | 4   |
| 101011 001 | 111 | 5   |
| 101101 001 | 011 | 6   |
| 100001 001 | 110 | 7   |
| 111001 001 | 001 | 8   |
| 001001 001 | 010 | 9   |

王道考研/CSKAOYAN.COM

8

### 循环冗余校验码

信息位: 0100  
生成多项式:  $G(x)=x^3+x^2+1$  (1101)  $\rightarrow$  0100 000 对 1101 模二除, 余数为 011  $\rightarrow$  CRC码: 0100 011

| 接受       | 余数  | 出错位 |
|----------|-----|-----|
| 0100 010 | 001 | 1   |
| 0100 011 | 010 | 2   |
| 0100 101 | 100 | 3   |
| 0101 001 | 101 | 4   |
| 0110 001 | 111 | 5   |
| 0000 001 | 011 | 6   |
| 1100 001 | 110 | 7   |

对于确定的生成多项式, 出错位与余数是相对应的

理论上可以证明循环冗余校验码的检错能力有以下特点:  
1) 可检测出所有奇数个错误;  
2) 可检测出所有双比特的错误;  
3) 可检测出所有小于等于校验位长度的连续错误;

实际应用中一般只用来“检错”

K个信息位, R个校验位, 若生成多项式选择得当, 且  $2^R \geq K+R+1$ , 则CRC码可纠正1位错

王道考研/CSKAOYAN.COM

### 知识回顾

由生成多项式确定“除数”。若生成多项式中x的最高次为R, 则“除数”有R+1位

K个信息位 + R个0, 作为“被除数”

被除数、除数 进行“模二除”, 得R位余数

K个信息位 + R位余数 = CRC码

收到K+R位数据, 与生成多项式模二除, 计算R位余数

余数为0, 说明无错误

余数非0, 说明出错

1) 可检测出所有奇数个错误;  
2) 可检测出所有双比特的错误;  
3) 可检测出所有小于等于校验位长度的连续错误;  
4) 若选择合适的生成多项式, 且  $2^R \geq K+R+1$ , 则可纠正单比特错

王道考研/CSKAOYAN.COM