2022年研究生入学考试

高等数学(微积分)基础班习题课

2021年2月

第六部分 二重积分

106、设$a>0$,交换积分次序$\int_0^a dy\int_0^{\sqrt{ay}} f(x,y)dx+\int_a^{2a} dy\int_0^{2a-y} f(x,y)dx=$

$$\int_0^a dx\int_{\frac{x^2}{a}}^{2a-x} f(x,y)dy$$

107、交换积分次序 $\int_0^1 dx\int_0^{x^2} f(x,y)dy+\int_1^3 dx\int_0^{\frac{3-x}{2}} f(x,y)dy=$

$\int_0^1 dy\int_{\sqrt{y}}^{3-2y} f(x,y)dx$

108、将直角坐标系下的累次积分转换成极坐标下的累次积分并计算

$$I=\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}R}e^{-y^2}dy\int_0^{y}e^{-x^2}dx+\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}R}^{R}e^{-y^2}dy\int_0^{\sqrt{R^2-y^2}}e^{-x^2}dx=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^{R}e^{-r^2}rdr=\frac{\pi}{8}(1-e^{-R^2})$$

109、交换积分次序$\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{2\cos\theta} f(r\cos\theta, r\sin\theta) r dr =$

$$\int_0^{\sqrt{2}} dr \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\arccos\frac{r}{2}} f(r\cos\theta, r\sin\theta) r d\theta + \int_{\sqrt{2}}^{2} dr \int_{-\arccos\frac{r}{2}}^{\arccos\frac{r}{2}} f(r\cos\theta, r\sin\theta) r d\theta$$

110、计算$\int_0^1 dx\int_{1-x}^{\sqrt{1-x^2}}\frac{x+y}{x^2+y^2}dy=$

$2-\frac{\pi}{2}$

111、计算$\int_0^1 dx\int_{x^2}^1 \frac{xy}{\sqrt{1+y^3}}dy=$ $\frac{1}{3}(\sqrt{2}-1)$

V研客™ 在线教育 www.vyanke.com

112、计算 $\int_0^1 dy \int_{\arcsin y}^{\pi-\arcsin y} \cos^2 x dx =$ $\frac{2}{3}$

113、计算 $\iint\limits_{x^2+y^2\le 1}(x^2+2y)d\sigma=$ $\frac{\pi}{4}$

114、设D为圆域$x^2+y^2\le 2x+2y$,则$\iint\limits_D xydxdy=$ 2π

115、设$D=\{(x,y)|0\le x\le 1,0\le y\le 1\}$,则$\iint\limits_D \frac{dxdy}{\sqrt{x^2+y^2}}=$ $2\ln(1+\sqrt{2})$

116、设$D=\left\{(x,y)\middle|-1\le x\le 1,0\le y\le 2\right\}$,则$\iint\limits_D \sqrt{|y-x^2|}dxdy=$ $\frac{5}{3}+\frac{\pi}{2}$

117、设$f(x,y)$为连续函数，$F(x)=\int_1^x dv\int_v^x f(u)du(x>1)$,则$F'(x)=$

$(x-1)f(x)$

118、设$f(x,y)$为连续函数，且$f(x,y)=\frac{1}{\pi}\sqrt{x^2+y^2}\iint\limits_{x^2+y^2\le 1} f(x,y)d\sigma+y^2$，

则$f(x,y)=$ $\frac{3}{4}\sqrt{x^2+y^2}+y^2$

119、设区域$D=\left\{(x,y)\middle|1\le x^2+y^2\le e^2\right\}$，则$\iint\limits_D x^2\ln(x^2+y^2)d\sigma=\frac{\pi}{8}(3e^4+1)$

120、设积分区域D由曲线$y=\ln x$以及直线$x=2, y=0$围成，则$\iint\limits_D \frac{e^{xy}}{x^x-1}d\sigma=$

$\ln 2$

256、设D是xoy平面上以(1,1),(-1,1)和(-1,-1)为顶点的三角形区域，D_1是D在第一象限部分，则$\iint\limits_{D}(xy+\cos x\sin y)d\sigma$等于

答案：A

(A) $2\iint\limits_{D_1}\cos x\sin y d\sigma$.　　(B) $2\iint\limits_{D_1}xy d\sigma$.

(C) $4\iint\limits_{D_1}(xy+\cos x\sin y)d\sigma$.　　(D) 0.

257、累次积分$\int_0^1 dx\int_x^1 f(x,y)dy+\int_1^2 dy\int_0^{2-y} f(x,y)dx$可写成，

答案：C

(A) $\int_0^2 dx\int_x^{2-x} f(x,y)dy$.　　(B) $\int_0^2 dy\int_y^{2-y} f(x,y)dx$.

(C) $\int_0^1 dx\int_x^{2-x} f(x,y)dy$.　　(D) $\int_0^1 dy\int_y^{2-y} f(x,y)dx$.

258、极坐标下累次积分$\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_{\frac{1}{\cos\theta+\sin\theta}}^{1} f(r\cos\theta, r\sin\theta)dr$可写成，

答案：B

(A) $\int_0^1 dx \int_{1-x}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy$ ·

(B) $\int_0^1 dx \int_{1-x}^{\sqrt{1-x^2}} \frac{f(x,y)}{\sqrt{x^2+y^2}} dy$ ·

(C) $\int_0^1 dx \int_{x}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy$ ·

(D) $\int_0^1 dx \int_{x}^{\sqrt{1-x^2}} \frac{f(x,y)}{\sqrt{x^2+y^2}} dy$ ·

259、累次积分$\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{2\sin\theta} f(r\cos\theta, r\sin\theta) r dr$可写成，

答案：C

(A) $\int_0^2 dx \int_0^{1+\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy$.

(B) $\int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} f(x,y)dy$.

(C) $\int_0^2 dy \int_0^{\sqrt{2y-y^2}} f(x,y)dx$.

(D) $\int_0^2 dx \int_0^2 f(x,y)dy$.

260、累次积分$I=\int_0^1 dx\int_{x^2}^1 \frac{xy}{\sqrt{1+y^2}}dy=$ 答案：B

(A) $\frac{1}{4}(\sqrt{2}-1)$. (B) $\frac{1}{3}(\sqrt{2}-1)$. (C) $\frac{1}{4}(\sqrt{2}+1)$. (D) $\frac{1}{3}(\sqrt{2}+1)$.

261、设区域D由$y=x$，$y=x+1, y=1, y=3$围成，则$\iint\limits_D y d\sigma =$

(A) 2.　(B)3.　(C)4.　(D) 6.

答案：C

262、设区域$D=\{(x,y)|x^2+y^2\le 2x+2y\}$，则$\iint\limits_D (x^2+xy+y^2)d\sigma =$

答案：B

(A) 6π . (B) 8π . (C) 10π. (D) 12π.

263、设区域 $D=\{(x,y)|0\le x\le 1,0\le y\le 1\}$，则 $\iint\limits_D \frac{d\sigma}{(1+x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}=$

(A) $\frac{\pi}{2}$.　(B) $\frac{\pi}{3}$.　(C) $\frac{\pi}{4}$.　(D) $\frac{\pi}{6}$.

答案：D

264、设区域$D=\{(x,y)\,|\,|x|\le 1,|y|\le 1,x^2+y^2\le x\}$，则$\iint\limits_D |xy|d\sigma=$

(A) $\frac{5}{6}$.　(B) $\frac{11}{12}$.　(C) $\frac{3}{4}$.　(D) $\frac{7}{8}$.

答案：B

265、设区域D由$y=\sqrt{x}$，$y=1$,及y轴所围成，则$\iint\limits_D \frac{e^{-y^2}}{\sqrt{x}}d\sigma=$ 答案：C

(A) $1+\frac{2}{e}$. (B) $1-\frac{2}{e}$. (C) $1-\frac{1}{e}$. (D) $1+\frac{1}{e}$.

266、设区域D由$y=x$及$y^2=x$围成，则$\iint\limits_D \frac{\sin xy}{y} d\sigma =$

答案：C

(A) π .　　(B) $-\pi$.　　(C) $\frac{1}{\pi}$.　　(D) $-\frac{1}{\pi}$.

267、设区域$D=\left\{(x,y)\left|\sqrt{|x|}+\sqrt{|y|}\le 1\right.\right\}$，则$\iint\limits_D(\sqrt{|x|}+\sqrt{|y|})dxdy=$

答案：C

(A) $\dfrac{4}{15}$.　(B) $\dfrac{2}{3}$.　(C) $\dfrac{8}{15}$.　(D) $\dfrac{4}{5}$.

268、 答案：B

设$D=\left\{(x,y)\middle|1\le x^2+y^2\le 9, x\le\sqrt{3}y, y\le\sqrt{3}x\right\}$，则$\iint\limits_D \arctan\frac{y}{x}d\sigma=$

(A) $\frac{\pi}{6}$.　　(B) $\frac{\pi^2}{6}$.　　(C) $\frac{\pi}{3}$.　　(D) $\frac{\pi^2}{3}$.

V研客™ 在线教育 www.vyanke.com

269、累次积分$I=\int_0^1 dy\int_y^1\sqrt{x^2+y^2}\,dx=$

答案：C

(A) $\frac{\sqrt{2}}{3}+\frac{1}{3}\ln(\sqrt{2}+1)$.　(B) $\frac{\sqrt{2}}{3}+\frac{1}{3}\ln(\sqrt{2}-1)$.

(C) $\frac{\sqrt{2}}{6}+\frac{1}{6}\ln(\sqrt{2}+1)$.　(D) $\frac{\sqrt{2}}{6}+\frac{1}{6}\ln(\sqrt{2}-1)$.

270、 设$I_1=\iint\limits_D \frac{x+y}{4}dxdy, I_2=\iint\limits_D \sqrt{\frac{x+y}{4}}dxdy, I_3=\iint\limits_D \sqrt[3]{\frac{x+y}{4}}dxdy$,

其中D是由不等式$(x-1)^2+(y-1)^2\le 9$所确定, 则 **答案：B**

(A) $I_2 < I_3 < I_1$.　　(B) $I_1 < I_2 < I_3$.

(C) $I_3 < I_1 < I_2$.　　(D) $I_3 < I_2 < I_1$.

271、

设平面区域D由$x+y=\frac{1}{2}, x+y=1$及两个坐标轴围成， **答案：C**

$I_1=\iint\limits_D \ln(x+y)^3dxdy, I_2=\iint\limits_D (x+y)^3dxdy, I_3=\iint\limits_D \sin(x+y)^3dxdy$，则

(A) $I_1<I_2<I_3$. (B) $I_3<I_1<I_2$.

(C) $I_1<I_3<I_2$. (D) $I_3<I_2<I_1$.

272、设积分区域 **答案：D**

$$D_1=\left\{(x,y)\middle|x^2+y^2\le 1\right\},\ D_2=\left\{(x,y)\middle|x^2+y^2\le 2\right\},$$

$$D_3=\left\{(x,y)\middle|\frac{1}{2}x^2+y^2\le 1\right\},D_4=\left\{(x,y)\middle|x^2+\frac{1}{2}y^2\le 1\right\},$$

记$I_i=\iint\limits_D\left[1-\left(x^2+\frac{1}{2}y^2\right)\right]d\sigma(i=1,2,3,4)$,则$\max\{I_1,I_2,I_3,I_4\}=$

(A) I_1.　　(B) I_2.　　(C) I_3.　　(D) I_4.

273、 设$g(x)$有连续的导数，$g(0)=0, g'(0)=a\neq 0, f(x,y)$在点$(0,0)$的某邻域内连续，则$\lim\limits_{r\to 0^+}\dfrac{\iint\limits_{x^2+y^2\le r^2} f(x,y)dxdy}{g(r^2)}=$ **答案：C**

(A) $\dfrac{f(0,0)}{a}$. (B) $\dfrac{f(0,0)}{2a}$. (C) $\dfrac{\pi f(0,0)}{a}$. (D) $\dfrac{\pi f(0,0)}{2a}$.

274、设$f(x,y)$连续，且$f(x,y)=xy+\iint\limits_D f(u,v)dudv$，其中$D$是由$y=0,y=x,x=1$所围区域，则$f(x,y)=$

答案：C

(A) xy.　(B) $2xy$.　(C) $xy+\dfrac{1}{8}$.　(D) $xy+1$.

275、设$g(x)$是可微函数$y=f(x)$的反函数，且$f(1)=0$，$\int_0^1 xf(x)dx=1011$，则$\int_0^1 dx\int_0^{f(x)} g(t)dt=$

答案：C

(A) 0． (B) 2021． (C) 2022． (D) 2100．