V研客™
在线教育
www.vyanke.com

2022年研究生入学考试

高等数学(微积分)基础班习题课

2021年2月

第四部分 常微分方程

76、设$y(x)$在$[0,+\infty)$可导，在$\forall x\in(0,+\infty)$处的增量$\Delta y=y(x+\Delta x)-y(x)$满足$\Delta y(1+\Delta y)=\dfrac{y\Delta x}{1+x}+\alpha$，其中$\alpha$当$\Delta x\to 0$时是与$\Delta x$等价的无穷小，又$y(0)=1$，则$y(x)=$---

$(1+x)[\ln(1+x)+1]$

77、设$a>0$为常数，连续函数$f(x)$满足$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=b$，$y=y(x)$是微分方程$y'+ay=f(x)$的解，则$\lim\limits_{x\to+\infty} y(x)=$__ $\dfrac{b}{a}$

78、若通过点$(1,0)$的曲线$y=y(x)$上每一点(x,y)处切线的斜率等于$1+\frac{y}{x}+\left(\frac{y}{x}\right)^2$,则此曲线的方程是---　$y=x\tan(\ln x)$

V研客 在线教育 www.vyanke.com

79、方程$\frac{dy}{dx}=\frac{y}{x+y^4}$的通解为--- $x=y(\frac{1}{3}y^3+C)$

81、方程$y''+y'-2y=(6x+2)e^{x}$满足$y(0)=3, y'(0)=0$的特解$y^{*}=$

$(x^2+2)e^{x}+e^{-2x}$

82、已知连续函数$f(x)$满足$\int_0^x f(t)dt = x + \sin x + \int_0^x tf(x-t)dt$，则$f(x) =$

$$\frac{3}{2}e^x + \frac{1}{2}(\sin x + \cos x)$$

83、设$y=y(x)$是二阶常系数线性微分方程$y''+2my'+n^2y=0$满足$y(0)=a,y'(0)=b$的特解，其中$m>n>0$,则$\int_0^{+\infty}y(x)dx=$——

$$\frac{1}{n^2}(2ma+b)$$

84、已知$y_1 = xe^x + e^{2x}, y_2 = xe^x + e^{-x}, y_3 = xe^x + e^{2x} - e^{-x}$是某二阶线性非齐次微分方程的三个解，则此微分方程为---　　$y'' - y' - 2y = (1-2x)e^x$

211、已知$y_1(x)$和$y_2(x)$是方程$y' + p(x)y = 0$的两个不同的特解，则该方程的通解为

答案：D

(A) $y = Cy_1(x)$.　　(B) $y = Cy_2(x)$.

(C) $y = C_1y_1(x) + C_2y_2(x)$.　　(D) $y = C(y_1(x) - y_2(x))$.

212、设$P(x)$在$(-\infty,+\infty)$连续，且以T为周期，则$\int_0^T P(x)dx=0$是

答案：C

方程$\dfrac{dy}{dx}+P(x)y=0$有解$y=y(x)$不恒等于零且以T为周期的

(A) 必要非充分条件.

(B) 充分非必要条件.

(C) 充分且必要条件

(D) 既不充分也不必要条件

213、设$y=y(x)$是$y''+by'+cy=0$的解，其中b,c为正常数，则$\lim\limits_{x\to+\infty}y(x)$

(A) 与解$y(x)$的初值$y(0),y'(0)$有关，与b,c无关.

(B) 与解$y(x)$的初值$y(0),y'(0)$及b,c均无关.

答案：B

(C 与解$y(x)$的初值$y(0),y'(0)$及c无关，只与b有关.

(D) 与解$y(x)$的初值$y(0),y'(0)$及b无关，只与c有关.

V研客 在线教育 www.vyanke.com

214、已知$y^* = e^{-2x} + (x^2+2)e^x$是$y'' + ay' + by = (cx+d)e^x$的一个解，则

(A) $a = 1, b = -2, c = 6, d = 2$.

(B) $a = 1, b = 2, c = 6, d = -2$.

(C) $a = 1, b = -2, c = -6, d = 2$.

(D) $a = 1, b = -2, c = 6, d = -2$.

答案：A

215、设 $f(x)$在$[0,+\infty)$连续，在$(0,+\infty)$有连续导数且

$x\int_0^1 f(tx)dt+2\int_0^x f(t)dt=xf(x)+x^3$，则可得　　答案：C

(A) $f(x)=Cx^2-3x^2\ln(1+x)(x\in[0,+\infty))$,(C为任意常数).

(B) $f(x)=x^2-3x^2\ln(1+x)(x\in[0,+\infty))$.

(C) $f(x)=\begin{cases}Cx^2-3x^2\ln x, x>0\\ 0, x=0\end{cases}$,(C为任意常数).

(D) $f(x)=\begin{cases}x^2-3x^2\ln x, x>0\\ 0, x=0\end{cases}$.

216、设 L 是连接两点 $A(0,1)$与 $B(1,0)$的一条凸弧，$P(x,y)$是 L 上的任意一点，已知凸弧 L 与弦 AP 围成的平面图形的面积等于 x^4，则 L 的方程是

答案：C

(A) $y=1-3x+4x^3$. (B) $y=1-3x+3x^3$.

(C) $y=1+3x-4x^3$. (D) $y=1+4x-3x^3$.

217、设a,b,c为待定常数，微分方程$y''-3y'+2y=3x-2e^x$的特解具有形式

(A) $(ax+b)e^x$.　　(B) $(ax+b)xe^x$.

(C) $(ax+b)+ce^x$.　　(D) $(ax+b)+cxe^x$.

答案：D

218、已知曲线 $y=y(x)$经过原点，且在原点的切线平行于直线 $2x-y-5=0$,而 $y(x)$满足微分方程 $y''-6y'+9y=e^{3x}$，则此曲线的方程是

(A) $y=\sin 2x$.

(B) $y=\frac{1}{2}x^2e^{2x}+\sin 2x$.

答案：C

(C) $y=\frac{x}{2}(x+4)e^{3x}$.

(D) $y=(x^2\cos x+\sin 2x)e^{3x}$.

219、设$f_1(x), f_2(x)$为方程$y'' + py' + qy = 0$的两个特解，C_1, C_2是两个任意常数，则$C_1 f_1(x) + C_2 f_2(x)$是该方程通解的充分条件是 答案：D

(A) $f_1(x)f_2'(x) - f_2(x)f_1'(x) = 0$. (B) $f_1(x)f_2'(x) + f_2(x)f_1'(x) = 0$.

(C) $f_1(x)f_2'(x) + f_2(x)f_1'(x) \neq 0$. (D) $f_1(x)f_2'(x) - f_2(x)f_1'(x) \neq 0$.

220、若A,B为非零常数，C_1,C_2为任意常数，则方程$y''+k^2y=\cos x$的通解可能具有形式

答案：C

(A) $C_1\cos kx+C_2\sin kx+A\sin x+B\cos x$.

(B) $C_1\cos kx+C_2\sin kx+Ax\cos x$.

(C) $C_1\cos kx+C_2\sin kx+Ax\sin x$.

(D) $C_1\cos kx+C_2\sin kx+Ax\sin x+Bx\cos x$.

221、设A,B都是不等于零的常数，则方程$y''-2y'+5y=e^{x}\cos 2x$有特解

(A) $y^{*}=xe^{x}(A\cos 2x+B\sin 2x)$.

(B) $y^{*}=e^{x}(A\cos 2x+B\sin 2x)$.

(C) $y^{*}=Axe^{x}\cos 2x$.

(D) $y^{*}=Axe^{x}\sin 2x$.

答案：D

222 具有特解$y_1=e^{-x},y_2=2xe^{-x},y_1=3e^{x}$的三阶常系数齐次线性微分方程是

(A) $y'''-y''-y'+y=0$. (B) $y'''+y''-y'-y=0$. **答案：B**

(C) $y'''-6y''+11y'-6y=0$. (D) $y'''-2y''-y'+2y=0$.(数学一、二)