

李永乐·王式安 考研数学系列 专属

V研客及全国各大考研培训学校指定用书

金榜时代<sup>TM</sup>  
GLIST 明德·弘毅·品质

金 榜 时 代 考 研 数 学 系 列

# 考 研 数 学

## 经典易错题

百万考研人验证过的“避坑”指南

★ 高等数学

★ 线性代数

★ 概率论与数理统计

图书售后答疑群  
你问我答 全程服务



金榜时代·倾情出品

金榜时代



金榜图书用户

# 专享福利活动

赠送

¥1000

代金券

适用于：李永乐老师全套图书以及课程

(ID: djky66)

## 1. 活动参与方式

关注公众号 金榜时代考研 ▶ 回复 “22考研上岸” 即可参与

## 2. 活动时间

即日起——2021年11月24日

## 3. 兑换方式

进群咨询管理员兑换千元代金券

QQ群：1019913136

扫右侧二维码即可进群



每一个不曾起舞的日子，都是对生命的辜负。

——尼采

微信公众号:顶尖考研  
(ID:djky66)

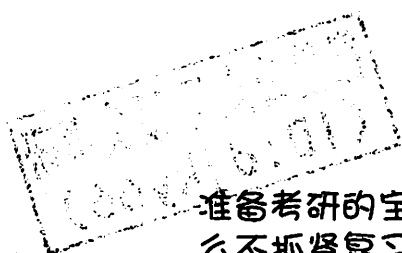


关注“金榜图书考研”公众号  
回复“经典易错题答案”获取本书答案PDF

给自己的话: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



准备考研的宝宝们，暑假来了，没有了学校网课，为什么不抓紧复习一下呢？

给宝宝们准备了许多题目，都是一些容易出错的题型，快来开始练习吧！

(ID: djky66)



## 作业 1

1

请将下列数学符号的含义写出来.

(本题失误率为 47%)

(1)  $[x]$ .

(2)  $\sum$ .

(3)  $\Pi$ .

(4)  $n!$ .

(5)  $(2n+1)!!$ .

(6)  $e$ .

(7)  $\pi$ .

(8)  $C_{[a,b]}$ .

(9)  $[a,b]/\{x_0\}$ .



微信公众号【顶尖考研】

(ID: djky66)

2

请写出下列式子的证明过程.

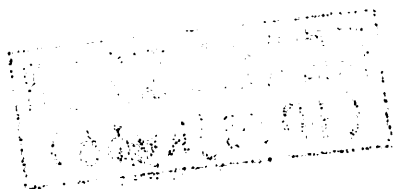
(本题失误率为 32%)

(1)  $a^2 + b^2 \geq \pm 2ab$ .

(2)  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ .

$$(3)(1+a)(1+a^2)\cdots(1+a^{2^n}) = \frac{1-a^{2^{n+1}}}{1-a} (a \neq 1).$$

$$(4)(a^2+ab+b^2)(a-b) = a^3-b^3.$$



微信公众号【顶尖考研】  
(ID: djky66)

$$(5)(a^{n-1}+a^{n-2}b+\cdots+ab^{n-2}+b^{n-1})(a-b) = a^n-b^n.$$

$$(6)1+a+a^2+\cdots+a^n = \frac{1-a^{n+1}}{1-a} (a \neq 1).$$

$$(7) \left(\frac{n+1}{n}\right)^n < \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^{n+1} \quad (n = 1, 2, \dots).$$

3

请证明下列等式.

(本题失误差率为 26%)

$$(1) \sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right).$$

微信公众号: 顶尖考研  
(ID: djky66)

$$(2) \sin(\arccos x) = \sqrt{1-x^2} \quad (|x| < 1).$$

$$(3) \sin(\arctan x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}.$$



## 作业 2

1 设当  $x \rightarrow x_0$  时,  $f(x)$  与  $g(x)$  均为  $(x - x_0)$  的同阶无穷小, 则

- (A)  $f(x) - g(x)$  必是  $x - x_0$  的同阶无穷小. (本题失误差率为 18%)  
 (B)  $f(x) - g(x)$  必是  $x - x_0$  的高阶无穷小.  
 (C)  $f(x)g(x)$  必是  $x - x_0$  的高阶无穷小.  
 (D)  $f(x)g(x)$  必是  $x - x_0$  的同阶无穷小.

2 下述命题正确的是 (本题失误差率为 37%)

- (A) 设  $f(x)$  与  $g(x)$  均在  $x_0$  处不连续, 则  $f(x)g(x)$  在  $x_0$  处必不连续.  
 (B) 设  $g(x)$  在  $x_0$  处连续,  $f(x_0) = 0$ , 则  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = 0$ .  
 (C) 设在  $x = x_0$  的去心左邻域内  $f(x) < g(x)$ , 且  $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = a$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0^-} g(x) = b$ , 则必有  $a < b$ .  
 (D) 设  $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = a$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0^-} g(x) = b$ ,  $a < b$ , 则必存在  $x = x_0$  的去心左邻域, 使  $f(x) < g(x)$ .

3 设  $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{当 } x \neq 0 \\ 0, & \text{当 } x = 0 \end{cases}$ ,  $g(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & \text{当 } x \neq 0 \\ 1, & \text{当 } x = 0 \end{cases}$ , 则在点  $x = 0$  处有间断点的函数是

- (A)  $\max\{f(x), g(x)\}$ . (B)  $\min\{f(x), g(x)\}$ .  
 (C)  $f(x) - g(x)$ . (D)  $f(x) + g(x)$ .

4 设  $f(x) = \begin{cases} -x, & x \geq 0 \\ \frac{1}{1-x}, & x < 0 \end{cases}$ , 则  $f(f(x)) =$  \_\_\_\_\_.

(本题失误差率为 28%)

5  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1} - 1}{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}} =$  \_\_\_\_\_.

(本题失误差率为 12%)

6  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 + e^{\frac{1}{x}})^{\ln(1+x)} =$  \_\_\_\_\_. (本题失误差率为 24%)

7  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n^2 + n + 1} + \frac{2}{n^2 + n + 2} + \cdots + \frac{n}{n^2 + n + n} \right) =$  \_\_\_\_\_. (本题失误差率为 37%)

8 在区间  $[0, 1]$  上函数  $f(x) = nx(1-x)^n$  的最大值记为  $M(n)$ , 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} M(n) =$  \_\_\_\_\_. (本题失误差率为 43%)

9 设  $u_n = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{n^2 + i}}$ , 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ . (本题失误差率为 36%)

微信公众号: 顶尖考研  
(ID: djky66)

微信公众号【顶尖考研】  
(ID: djky66)

10 求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x^2} - \cos 3x}{e^x - 1 - x}$ . (本题失误差率为 26%)

11

求  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x + 1} + x + 1}{\sqrt{x^2 + \sin x}}.$

(本题失误差率为 32%)

12

设  $f(x)$  是周期为 2 的连续函数, 证明: 方程  $f(x) - f(x-1) = 0$  在任何一个长度为 1 的闭区间  $[a, a+1]$  上至少有一个实根.

(本题失误差率为 36%)

微信公众号【顶尖考研】  
(ID: djky66)



# 作业 3

微信公众号: 顶尖考研  
(ID: djky66)

1 下述论断正确的是

- (A) 设  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  上有定义, 除  $x = 0$  外均可导, 且  $f'(x) > 0$ , 则  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  上是严格单调增加的.
- (B) 设  $f(x)$  为偶函数且  $x = 0$  是  $f(x)$  的极值点, 则  $f'(0) = 0$ .
- (C) 设  $f(x)$  在  $x = x_0$  处二阶导数存在, 且  $f''(x_0) > 0$ , 则  $x = x_0$  是  $f(x)$  的极小值点.
- (D) 设  $f(x)$  在  $x = x_0$  处三阶导数存在, 且  $f'(x_0) = 0$ ,  $f''(x_0) = 0$ ,  $f'''(x_0) \neq 0$ , 则  $x = x_0$  一定不是  $f(x)$  的极值点. (本题失误差率为 22%)

2  $f(x) = (x^3 + 1)^{\frac{1}{3}} |x^3 - x|$  的不可导的点的个数为

- (A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 0. (本题失误差率为 28%)

3 设  $f(x)$  连续,  $f(0) = 0$ ,  $f'(0) = 0$ ,  $f''(0) \neq 0$ , 则  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x t f(x-t) dt}{x \int_0^x f(x-t) dt} =$

- (A)  $\frac{1}{2}$ . (B)  $\frac{1}{3}$ . (C)  $\frac{1}{4}$ . (D)  $\frac{1}{5}$ . (本题失误差率为 34%)

4 设  $f(x)$  在  $x = 0$  的某邻域内存在二阶导数, 且  $f'(0) = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f''(x)}{|x|} = a, a >$

0, 则

- (A)  $f(0)$  是  $f(x)$  的极小值.
- (B)  $f(0)$  是  $f(x)$  的极大值.
- (C) 在点  $(0, f(0))$  的左侧邻近, 曲线  $y = f(x)$  是凹的, 右侧邻近是凸的.
- (D) 在点  $(0, f(0))$  的左侧邻近, 曲线  $y = f(x)$  是凸的, 右侧邻近是凹的. (本题失误差率为 20%)

5 设  $f''(a)$  存在,  $f'(a) \neq 0$ , 则  $\lim_{x \rightarrow a} \left[ \frac{1}{f'(a)(x-a)} - \frac{1}{f(x) - f(a)} \right] =$  \_\_\_\_\_.

(本题失误差率为 15%)

6

椭圆  $x^2 + 2xy + 2y^2 - 4y = 0$  与直线  $x + y - 6 = 0$  之间的最短距离为\_\_\_\_\_.

(本题失误差率为 26%)

7

设  $f(x) = x^2 \sin ax, a > 0$ , 则对于  $n \geq 1, f^{(2n+1)}(0) =$ \_\_\_\_\_.

(本题失误差率为 19%)

8

设  $f(x)$  具有二阶连续导数,  $f(0) = 0, f'(0) = 0, f''(x) > 0$ . 在曲线  $y = f(x)$  上任意一点  $(x, f(x)) (x \neq 0)$  处作此曲线的切线, 交  $x$  轴于点  $(u, 0)$ . 求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xf'(u)}{uf'(x)}$ .

(本题失误差率为 42%)

微信公众号【顶尖考研】  
(ID: djky66)

9

设  $b > a > 0$ , 证明:  $\frac{\ln b - \ln a}{b - a} > \frac{2a}{a^2 + b^2}$ .

(本题失误差率为 16%)

- 10** 设  $f(x)$  在  $[0, +\infty)$  上连续, 在  $(0, +\infty)$  内可导, 且  $f(0) < 0, f'(x) \geq k > 0$ . 试证明存在唯一的  $\xi \in (0, +\infty)$  使  $f(\xi) = 0$ . (本题失误率为 22%)

- 11** 设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上存在一阶导数, 在  $(a, b)$  内存在二阶导数, 且  $f(a) = f(b)$ ,  $f'(a)f'(b) > 0$ . 试证明至少存在一点  $\xi \in (a, b)$  使  $f''(\xi) = 0$ . (本题失误率为 26%)

微信公众号: 顶尖考研  
(ID: djky66)

- 12** 设  $f(x)$  在  $x = 0$  处存在二阶导数, 且  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + xf'(x)}{x^3} = 0$ . 求  $f(0), f'(0)$  及  $f''(0)$ . (本题失误率为 33%)



## 作业 4

1 设  $f(t)$  为连续函数,  $a$  是常数, 下述命题正确的是

(A) 若  $f(t)$  为奇函数, 则  $\int_a^x [\int_0^y f(t) dt] dy$  是  $x$  的奇函数.

(B) 若  $f(t)$  为偶函数, 则  $\int_0^x [\int_a^y f(t) dt] dy$  是  $x$  的奇函数.

(C) 若  $f(t)$  为奇函数, 则  $\int_0^x [\int_y^x f(t) dt] dy$  是  $x$  的奇函数.

(D) 若  $f(t)$  为偶函数, 则  $\int_0^x [\int_0^x f(t) dt] dy$  是  $x$  的奇函数. (本题失误差率为 18%)

2 设  $F(x) = \int_x^{x+2\pi} e^{\cos x} \cos x dx$ , 则  $F(x)$

(A) 为正常数. (B) 为负常数. (C) 恒为零. (D) 不为常数.

(本题失误差率为 20%)

3 下列反常积分发散的是

(A)  $\int_{-1}^1 \frac{1}{\sin x} dx$ . (B)  $\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$ . (C)  $\int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx$ . (D)  $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x \ln^2 x} dx$ .

(本题失误差率为 19%)

4 双纽线  $(x^2 + y^2)^2 = x^2 - y^2$  所围成的区域的面积为

(A)  $2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2\theta d\theta$ . (B)  $4 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2\theta d\theta$ . (C)  $2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{\cos 2\theta} d\theta$ . (D)  $\frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos 2\theta)^2 d\theta$ .

(本题失误差率为 27%)

5 设  $f(x)$  为连续函数, 下述论断正确的是

(A) 若  $f(x)$  为奇函数, 则它有且仅有一个原函数是偶函数.

(B) 若  $f(x)$  为偶函数, 则它有且仅有一个原函数是奇函数.

(C) 若  $f(x)$  为周期函数, 则它有且仅有一个原函数是周期函数.

(D) 若  $f(x)$  为周期函数, 则它的一切原函数都是周期函数. (本题失误差率为 32%)

- 6 设  $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x} dx, I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{\sin x} dx$ , 则有结论  
 (A)  $I_2 > 1 > I_1$ . (B)  $I_2 > I_1 > 1$ .  
 (C)  $1 > I_2 > I_1$ . (D)  $1 > I_1 > I_2$ . (本题失误率为 17%)

- 7 常数  $a > 0$ , 心形线  $r = a(1 + \cos \theta)$  一周的长 = \_\_\_\_\_. (仅数学一要求)  
 (本题失误率为 10%)

- 8  $\int_0^{2\pi} |\sin^2 x - \cos^2 x| dx =$  \_\_\_\_\_. (本题失误率为 14%)

- 9  $\int \frac{1}{\cos^2 x \sin^4 x} dx =$  \_\_\_\_\_. (本题失误率为 32%)

- 10 设  $f(x)$  在  $x = 0$  的某邻域内连续,  $f'(0)$  存在, 则  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{4x^2} \int_{-x}^x [f(t+x) - f(t-x)] dt =$  \_\_\_\_\_. (本题失误率为 35%)

- 11  $I = \int_1^e \left| 1 - \frac{x}{u} \right| du =$  \_\_\_\_\_. (本题失误率为 21%)

- 12  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x(x^2 + 1)} =$  \_\_\_\_\_. (本题失误率为 23%)

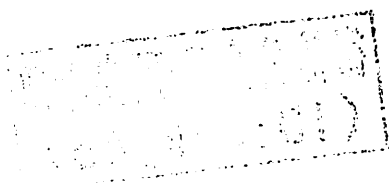
- 13 设  $f(x) = \begin{cases} e^x, & \text{当 } x \leq 0 \\ \ln x, & \text{当 } x > 0 \end{cases}$ , 则  $\int_{-1}^x t f(t) dt =$  \_\_\_\_\_. (本题失误率为 17%)

- 14  $I = \int \min\{1, x, x^2\} dx =$  \_\_\_\_\_. (本题失误率为 9%)

15

求  $\int \frac{dx}{1 + \sin x + \cos x}$ .

(本题失误差率为 24%)



微信公众号【顶尖考研】

16

求  $\int \frac{x \tan x}{\cos^4 x} dx$ .

(本题失误差率为 20%)

17

求  $\int_0^{+\infty} \frac{1+x^2}{1+x^4} dx$ .

(本题失误率为 22%)

微信公众号【顶尖考研】

18

求  $\int_{-1}^1 x \ln(1+e^x) dx$ .

(本题失误率为 26%)

19

求  $\int \frac{\arctan e^x}{e^{2x}} dx$ .

(本题失误率为 33%)

20

计算积分  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln(\sin x) dx$ .

(本题失误率为 42%)

21 求  $\int_{-1}^1 \frac{x+1}{1+\sqrt[3]{x^2}} dx$ .

(本题失误差率为 26%)

微信公众号:顶尖考研  
(ID:djky66)

22 设  $f(x)$  在  $[0,1]$  上连续, 在  $(0,1)$  可导, 且  $f(1) = k \int_0^{\frac{1}{k}} x e^{1-x} f(x) dx$ , 其中常数  $k > 1$ . 证明存在  $\xi \in (0,1)$ , 使  $f'(\xi) = \left(1 - \frac{1}{\xi}\right) f(\xi)$ . (本题失误差率为 40%)



## 作业 5

1

设  $k$  为常数, 则极限  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{xy^2 \sin(kx)}{x^2 + y^4}$

(A) 不存在.

(B) 等于  $\frac{1}{2}$ .

(C) 等于零.

(D) 存在与否与  $k$  取值有关.

(本题失误差率为 15%)

2

二元函数  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ , 在点  $(0, 0)$  处

(A) 连续、偏导数存在.

(B) 连续、偏导数不存在.

(C) 不连续、偏导数存在.

(D) 不连续、偏导数不存在.

(本题失误差率为 17%)

3

设  $z = f(x, y)$  满足  $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 2$ , 且  $f(x, 0) = 1, f'_y(x, 0) = x$ , 则  $f(x, y)$  等于

(A)  $1 - xy + y^2$ . (B)  $1 + xy + y^2$ . (C)  $1 - x^2y + y^2$ . (D)  $1 + x^2y + y^2$ .

(本题失误差率为 29%)

4

已知  $\frac{(x+ay)dx + ydy}{(x+y)^2}$  为某一函数的全微分, 则  $a$  等于

(A) -1.

(B) 0.

(C) 1.

(D) 2.

(本题失误差率为 16%)

5

设  $u = e^{-x} \sin \frac{x}{y}$ , 则  $\left. \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right|_{(2, \frac{1}{\pi})} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(本题失误差率为 14%)

6

设  $z = x + y + f(x - y)$ , 且当  $y = 0$  时,  $z = x^2$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial x} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(本题失误差率为 10%)

- 7 设  $z = f(2x - y) + g(x, xy)$ , 其中  $f(t)$  二阶可导,  $g(u, v)$  具有二阶连续偏导数, 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ . (本题失误差率为 13%)

微信公众号: 顶尖考研  
(ID: djky66)

微信公众号【顶尖考研】

- 8 设  $u = \frac{x+y}{2}, v = \frac{x-y}{2}, w = ze^y$ , 取  $u, v$  为新自变量,  $w = w(u, v)$  为新函数, 变换方程  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial z}{\partial x} = z$ . (本题失误差率为 21%)

9

求函数  $f(x, y) = x^4 + y^4 - (x + y)^2$  的极值.

(本题失误率为 26%)

10

在平面  $x + y + z = 1$  上求一点, 使它与两定点  $P_1(1, 0, 1), P_2(2, 1, 0)$  的距离的平方和最小.

(本题失误率为 20%)

- 11 求函数  $f(x, y) = xy(4 - x - y)$  在由  $x = 1, y = 0, x + y = 6$  所围闭区域上的最大值和最小值. (本题失误率为 29%)

- 12 若函数  $z = z(x, y)$  具有一阶连续偏导数, 试证明  $z = f\left(\frac{x}{y}\right)$  的充要条件是  $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ . (本题失误率为 31%)



## 作业 6

1 累次积分  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{2\sin\theta} f(r\cos\theta, r\sin\theta) r dr$  等于

(A)  $\int_0^2 dy \int_0^{\sqrt{2y-y^2}} f(x, y) dx.$

(B)  $\int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{2y-y^2}} f(x, y) dx.$

(C)  $\int_0^1 dx \int_x^2 f(x, y) dy.$

(D)  $\int_0^1 dx \int_x^{1+\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy.$

(本题失误差率为 22%)

2 设  $D$  是  $xOy$  平面上以  $(1, 1)$ ,  $(-1, 1)$  和  $(-1, -1)$  为顶点的三角形区域,  $D_1$  是  $D$  在第一象限的部分, 则  $\iint_D (xy + \cos x \sin y) dx dy$  等于

(A)  $2 \iint_{D_1} \cos x \sin y dx dy.$

(B)  $2 \iint_{D_1} xy dx dy.$

(C)  $4 \iint_{D_1} (xy + \cos x \sin y) dx dy.$

(D) 0.

(本题失误差率为 20%)

3 设  $f(x, y)$  连续, 且  $f(x, y) = xy + \iint_D f(u, v) du dv$ , 其中  $D$  是由  $y = 0$ ,  $y = x^2$ ,  $x = 1$  所围区域, 则  $f(x, y)$  等于

(A)  $xy.$

(B)  $2xy.$

(C)  $xy + \frac{1}{8}.$

(D)  $xy + 1.$

(本题失误差率为 29%)

4  $\int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} \sqrt{x^2 + y^2} dy = \underline{\hspace{2cm}}.$

(本题失误差率为 15%)

5  $\iint_{x^2+y^2 \leq 1} [(x+1)^2 + 2y^2] d\sigma = \underline{\hspace{2cm}}.$

(本题失误差率为 18%)

6 设  $a > 0, f(x) = g(x) = \begin{cases} a, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$  而  $D$  表示全平面. 则  $I = \iint_D f(x)g(y-x) dx dy = \underline{\hspace{2cm}}$ . (本题失误差率为 20%)

7 计算  $\iint_D e^{-(x^2+y^2-\pi)} \sin(x^2+y^2) dx dy$ , 其中  $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq \pi\}$ . (本题失误差率为 18%)

微信公众号【顶尖考研】

(ID: djky66)

8 计算  $\iint_D x e^{-y^2} dx dy$ , 其中  $D$  是由  $y = 4x^2$  和  $y = 9x^2$  在第一象限所围成的区域. (本题失误差率为 16%)

9

计算  $\iint_D e^{\max(x^2, y^2)} dx dy$ , 其中  $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ .

(本题失误率为 14%)

10

计算  $\iint_D \sqrt{|y - x^2|} dx dy$ , 其中  $D = \{(x, y) \mid |x| \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}$ .

(本题失误率为 18%)

- 11 计算  $\iint_D xy[1+x^2+y^2]dxdy$ , 其中  $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq \sqrt{2}, x \geq 0, y \geq 0\}$ ,  
 $[1+x^2+y^2]$  表示不超过  $1+x^2+y^2$  的最大整数. (本题失误率为 20%)

微信公众号:顶尖考研  
(ID: djky66)

微信公众号【顶尖考研】  
(ID: djky66)

- 12 设  $f(x)$  是  $[0, 1]$  上单调增的连续正值函数, 证明  $\frac{\int_0^1 xf^3(x)dx}{\int_0^1 xf^2(x)dx} \geq \frac{\int_0^1 f^3(x)dx}{\int_0^1 f^2(x)dx}$ .  
 (本题失误率为 36%)



## 作业 7

1 设  $p(x), g(x), f(x)$  均是已知的连续函数,  $y_1(x), y_2(x), y_3(x)$  是  $y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x)$  的 3 个线性无关的解,  $C_1$  与  $C_2$  为任意常数, 则方程的通解为

(A)  $(C_1 - C_2)y_1 + (C_2 + C_1)y_2 + (1 - C_2)y_3$ .

(B)  $(C_1 - C_2)y_1 + (C_2 - C_1)y_2 + (C_1 + C_2)y_3$ .

(C)  $2C_1y_1 + (C_2 - C_1)y_2 + (1 - C_1 - C_2)y_3$ .

(D)  $C_1y_1 + (C_2 - C_1)y_2 + (1 + C_1 - C_2)y_3$ .

(本题失误率为 14%)

2 已知  $y_1 = xe^x$  与  $y_2 = e^x \cos x$  是首项系数为 1 的某  $n$  阶常系数齐次线性微分方程的两个特解, 则最小的  $n$  为

(A) 2.

(B) 3.

(C) 4.

(D) 5.

(本题失误率为 35%)

3 微分方程  $y' + y \tan x = \cos x$  的通解为  $y =$  \_\_\_\_\_. (本题失误率为 16%)

4 设  $y_1, y_2$  为  $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$  的两个特解,  $p, q$  为常数且  $py_1 - qy_2$  为  $\frac{dy}{dx} + P(x)y = 0$  的解,  $py_1 + qy_2$  为  $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$  的解, 则  $p =$  \_\_\_\_\_,  $q =$  \_\_\_\_\_.

(本题失误率为 18%)

5  $y'' - 4y' + 4y = 0$  的通解为 \_\_\_\_\_. (本题失误率为 20%)

6 微分方程  $yy'' + y'^2 = 0$  满足初始条件  $y|_{x=0} = 1, y'|_{x=0} = \frac{1}{2}$  的特解为\_\_\_\_\_.  
(本题失误差率为 23%)

7 设  $x > 0, x^2 y'' - 2y = x$  的通解为\_\_\_\_\_. (本题失误差率为 30%)

8 设  $x < 0$ , 求  $(y - x^3)dx - 2xdy = 0$  的通解. (本题失误差率为 32%)

微信公众号: 顶尖考研  
(ID: djky66)

微信公众号【顶尖考研】  
(ID: djky66)

9 求  $y'' + a^2 y = \sin x$  的通解, 其中常数  $a > 0$ . (本题失误差率为 21%)

10

求一个阶数尽可能低的常系数线性齐次微分方程,使得函数  $y_1 = 2xe^x$  与  $y_2 = 3\sin 2x$  是它的解.

(本题失误率为 33%)

11

求  $y'' - y = e^{|x|}$  的通解.

(本题失误率为 36%)

微信公众号【顶尖考研】  
(ID: djky66)

**12** 设  $f(x)$  在  $[0, +\infty)$  上可导, 且其反函数为  $g(x)$ , 并设  $\int_0^{f(x)} g(t) dt + \int_0^x f(t) dt = x^2 e^x$ , 求  $f(x)$ . (本题失误率为 25%)

微信公众号: 顶尖考研  
(ID: djky66)

微信公众号【顶尖考研】

**13** 设  $x = \tan t, y = u \sec t \left(-\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}\right)$ , 变换方程  $(1+x^2)^2 \frac{d^2 y}{dx^2} = y$ , 并求此方程满足  $y|_{x=0} = 0, \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=0} = 1$  的特解. (本题失误率为 36%)



## 作业 8

(无穷级数, 数学二考生不要求)

1 若级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  和  $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$  都发散, 则

- (A)  $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + v_n)$  必发散. (B)  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n v_n$  必发散.  
(C)  $\sum_{n=1}^{\infty} (|u_n| + |v_n|)$  必发散. (D)  $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n^2 + v_n^2)$  必发散.

(本题失误差率为 23%)

2 要使级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$  收敛, 只需

- (A)  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛. (B)  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  绝对收敛. (C)  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^3$  收敛. (D)  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^3$  绝对收敛.

(本题失误差率为 19%)

3 设  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^2 a_n$  收敛, 则级数  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$

- (A) 条件收敛. (B) 绝对收敛. (C) 发散. (D) 敛散性不定.

(本题失误差率为 27%)

4 幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - (-1)^n}{n} x^n$  的收敛域为\_\_\_\_\_.

(本题失误差率为 28%)

5 设幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x-2)^n$  在  $x=0$  发散, 在  $x=4$  收敛, 则幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n x^n}{n}$  的收

敛区间为\_\_\_\_\_.

(本题失误差率为 32%)

6 判断  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^{\frac{3}{2}}}$  的敛散性.

(本题失误差率为 8%)

7

判断  $\sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\frac{\pi}{n}} \frac{\sin x}{1+x} dx$  的敛散性.

(本题失误差为 15%)

8

计算  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^{n-1}} x^{n-1}$  的和函数.

(本题失误差为 26%)

9

计算  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{n^2-1} x^n$  的和函数.

(本题失误差率为 29%)

10

将函数在指定点展为幂级数:  $f(x) = \frac{1}{x^2}$ , 在  $x = 1$  处. (本题失误差率为 23%)

微信公众号【顶尖考研】  
(ID: djky66)

11

将函数在指定点展为幂级数： $f(x) = 2^x$ ，在  $x = 1$  处。（本题失误率为 31%）

微信公众号：顶尖考研  
(ID: djky66)

12

将函数在指定点展为幂级数： $f(x) = \ln \frac{1}{2+2x+x^2}$ ，在  $x = -1$  处。

（本题失误率为 27%）

微信公众号【顶尖考研】  
(ID: djky66)

13

设  $f(x)$  在  $x = 0$  某邻域内有连续一阶导数， $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 2$ ，试证级数

$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n f\left(\frac{1}{n}\right)$  条件收敛。

（本题失误率为 35%）



## 作业 9

1 设平面曲线为下半圆周  $y = -\sqrt{1-x^2}$ , 则曲线积分  $\int_L (x^2 + y^2) ds =$  \_\_\_\_\_.

(本题失误差率为 17%)

2 设  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ , 则  $\operatorname{div}(\operatorname{grad} r) \Big|_{(1,-2,2)} =$  \_\_\_\_\_.

(本题失误差率为 13%)

3 计算三重积分  $\iiint_{\Omega} (x+z) dv$ , 其中  $\Omega$  是由曲面  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  与  $z = \sqrt{1-x^2-y^2}$  所围成区域.

(本题失误差率为 22%)

微信公众号【顶尖考研】

(ID: djky66)

4 求  $\iiint_{\Omega} (x^2 + y^2 + z) dv$ , 其中  $\Omega$  是由曲线  $\begin{cases} y^2 = 2z \\ x = 0 \end{cases}$  绕  $z$  轴旋转一周而成的曲面与平面  $z = 4$  所围成的立体.

(本题失误差率为 25%)

5

计算  $\iiint_{\Omega} \left( \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \right) dv$ , 其中  $\Omega: x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ . (本题失误差率为 23%)

6

计算  $\int_L e^{\sqrt{x^2+y^2}} ds$ , 其中  $L$  为圆周  $x^2 + y^2 = a^2$ , 直线  $y = x$  及  $x$  轴在第一象限所围扇形的边界.

(本题失误差率为 28%)

(ID: djky66)

7

计算  $I = \oint_L |xy| ds$ , 其中  $L$  为  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ .

(本题失误差率为 24%)

8

计算  $I = \oint_L y^2 ds$ , 其中  $L$  为摆线  $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases} (0 \leq t \leq 2\pi)$  的一拱.

(本题失误差率为 30%)

9

求由曲线  $y^2 = x$  与  $x = 1$  所围成的均匀薄片(面密度为 1) 绕过原点的任一直线的转动惯量, 并求该转动惯量的最大值和最小值. (本题失误差率为 22%)

微信公众号: 顶尖考研  
(ID: djky66)

10

计算  $I = \int_C (e^y - 12xy)dx + (xe^y - \cos y)dy$ , 其中  $C$  为曲线  $y = x^2$  上从点  $A(-1, 1)$  到点  $B(1, 1)$  的弧段. (本题失误差率为 23%)

(ID: djky66)

11

计算  $\iint_{\Sigma} z \, dS$ , 其中  $\Sigma$  为锥面  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  在柱体  $x^2 + y^2 \leq 2x$  内的部分.

(本题失误率为 19%)

12

计算  $\oiint_{\Sigma} (ax + by + cz) \, dS$ , 其中  $\Sigma$  为球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 2Rz$ .

(本题失误率为 27%)

13

计算  $\oint_{\Sigma} \frac{dydz}{x} + \frac{dzdx}{y} + \frac{dxdy}{z}$ , 其中  $\Sigma$  为  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  的外侧.

(本题失误差率为 29%)

微信公众号: 顶尖考研  
(ID: djky66)

微信公众号【顶尖考研】

14

计算  $I = \iint_{\Sigma} 2(1-x^2)dydz + 8xydzdx - 4zxdxdy$ , 其中  $\Sigma$  是曲线  $\begin{cases} x = e^y, \\ z = 0, \end{cases} (0 \leq$

$y \leq a)$  绕  $x$  轴旋转而成的旋转面, 其法线向量与  $x$  轴正向夹角大于  $\frac{\pi}{2}$ .

(本题失误差率为 25%)



## 作业 10

1

设  $A, B$  为  $n$  阶方阵, 满足等式  $AB = O$ , 则必有

(A)  $A = O$  或  $B = O$ .

(B)  $|A| = 0$  或  $|B| = 0$ .

(C)  $A + B = O$ .

(D)  $|A| + |B| = 0$ . (本题失误差率为 22%)

2

已知  $a_i$  不为 0 ( $i = 1, 2, 3, 4$ )

$$\begin{vmatrix} a_1^3 & a_1^2 b_1 & a_1 b_1^2 & b_1^3 \\ a_2^3 & a_2^2 b_2 & a_2 b_2^2 & b_2^3 \\ a_3^3 & a_3^2 b_3 & a_3 b_3^2 & b_3^3 \\ a_4^3 & a_4^2 b_4 & a_4 b_4^2 & b_4^3 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(本题失误差率为 30%)

3

$$\begin{vmatrix} x-5 & -6 & 3 \\ 1 & x & -1 \\ -1 & -2 & x-1 \end{vmatrix} = 0, \text{ 则 } x = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(本题失误差率为 15%)

4

若  $|A| = \begin{vmatrix} 1 & -5 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 0 & 4 \end{vmatrix}$ , 求  $A_{41} + A_{42} + A_{43} + A_{44}$ . (本题失误差率为 24%)

5

已知  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  是 3 维线性无关列向量. 证明  $|\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_1| \neq 0$ .

(本题失误差率为 18%)

微信公众号: 顶尖考研  
(ID: djky66)

6

已知  $A$  是  $n$  阶正交矩阵 (即  $AA^T = A^T A = E$ ), 若  $|A| = 1$ , 证明当  $n$  为奇数时,  $|E - A| = 0$ .

(本题失误差率为 34%)

(ID: djky66)



## 作业 11

1 设  $A, B, C$  均为  $n$  阶方阵, 且  $ABC = E, E$  是  $n$  阶单位矩阵, 则必有

- (A)  $ACB = E$ . (B)  $CBA = E$ . (C)  $BAC = E$ . (D)  $BCA = E$ .

(本题失误差率为 35%)

2 设  $A$  为  $n$  阶可逆矩阵,  $A^*$  是  $A$  的伴随矩阵, 则

- (A)  $(A^*)^* = |A|^{n-1}A$ . (B)  $(A^*)^* = |A|^{n+1}A$ .  
(C)  $(A^*)^* = |A|^{n-2}A$ . (D)  $(A^*)^* = |A|^{n+2}A$ . (本题失误差率为 22%)

3 设  $A, B$  都是  $n$  阶非零矩阵, 且  $AB = O$ , 则  $A$  和  $B$  的秩

- (A) 必有一个等于 0. (B) 都小于  $n$ .  
(C) 一个小于  $n$  一个等于  $n$ . (D) 都等于  $n$ . (本题失误差率为 25%)

4 已知  $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ , 则  $(2A^*)^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $(3A)^* = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(本题失误差率为 16%)

5 已知  $X = AX + B$ , 其中  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$ , 则  $X = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(本题失误差率为 26%)

6 已知  $A, B$  都是  $n$  阶矩阵, 且  $AB = E$ , 则  $A[E - A(E + A^T B^T)^{-1} B]B = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(本题失误差率为 34%)

7

设  $n$  阶矩阵  $A$  和  $B$  满足  $A = \frac{1}{2}(B+E)$ , 证明  $A^2 = A$  的充分必要条件是  $B^2 = E$ .

(本题失误率为 23%)

8

$A$  是  $n$  阶方阵, 满足  $A^2 = A$ , 证明  $r(A) + r(A-E) = n$ .

(本题失误率为 42%)

微信公众号【顶尖考研】

(ID: djky66)



## 作业 12

1 设  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  是 3 维非零向量, 则正确的命题是

- (A) 若  $\alpha_1, \alpha_2$  线性相关,  $\alpha_3, \alpha_4$  线性相关, 则  $\alpha_1 + \alpha_3, \alpha_2 + \alpha_4$  必线性相关.  
 (B) 若  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性无关, 则  $\alpha_1 + \alpha_4, \alpha_2 + \alpha_4, \alpha_3 + \alpha_4$  必线性无关.  
 (C) 若  $\alpha_4$  不能由  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性表示, 则  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  必线性相关.  
 (D) 若  $\alpha_4$  能由  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性表示, 则  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  必线性无关. (本题失误率为 25%)

2

设三阶矩阵  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ , 三维列向量  $\alpha = \begin{bmatrix} a \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ , 已知  $A\alpha$  与  $\alpha$  线性相关, 则

$a =$  \_\_\_\_\_.

(本题失误率为 8%)

3

设  $\alpha_1 = [1, 0, 0, 1], \alpha_2 = [1, 2, 4, 1], \alpha_3 = [3, -1, 0, 3], \alpha_4 = [1, 4, 5, 1], \alpha_5 = [2, 5, 5, 2]$ , 则  $r(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_5) =$  \_\_\_\_\_.

(本题失误率为 11%)

4

设  $A = \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ b & -a & -d & c \\ c & d & -a & -b \\ d & -c & b & -a \end{bmatrix}$  是正交矩阵, 则  $a, b, c, d$  应满足关系 \_\_\_\_\_.

(本题失误率为 12%)

**5** 设  $\alpha_1 = [1, 3, 1, 2], \alpha_2 = [2, 5, 3, 3], \alpha_3 = [0, 1, -1, a], \beta = [3, 10, b, 4]$ , 问  $a, b$  满足什么条件时,  $\beta$  不能由  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性表出;  $a, b$  满足什么条件时,  $\beta$  可由  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性表出, 并求其表出式. (本题失误率为 21%)

微信公众号【顶尖考研】

**6** 已知  $n$  维向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}$  线性无关, 非零向量  $\beta$  与  $\alpha_i (i = 1, 2, \dots, n-1)$  正交, 证明:  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}, \beta$  线性无关. (本题失误率为 17%)

7

用施密特标准正交化方法将下列向量组化成标准正交向量组.

$$\alpha_1 = [1, -1, 1]^T, \quad \alpha_2 = [-1, 1, 1]^T, \quad \alpha_3 = [1, 1, -1]^T.$$

(本题失误差率为 8%)

8

已知向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$  线性相关, 向量组  $\alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_s, \alpha_{s+1}$  线性无关.

(1) 问  $\alpha_1$  能否由  $\alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_s$  线性表出, 说明理由.

(2) 问  $\alpha_{s+1}$  能否由  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$  线性表出, 说明理由. (本题失误差率为 34%)

微信公众号【顶尖考研】

9

设  $A$  是  $n$  阶矩阵.  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  是  $n$  维列向量, 其中  $\alpha_1 \neq 0$ , 且  $A\alpha_1 = 2\alpha_1, A\alpha_2 = -\alpha_1 + 2\alpha_2, A\alpha_3 = -\alpha_2 + 2\alpha_3$ , 证明  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性无关. (本题失误差率为 45%)

微信公众号: 顶尖考研  
(ID: djky66)

10

(1) 已知  $\alpha_1 = [1, 0, 1]^T, \alpha_2 = [2, 1, 2]^T, \alpha_3 = [1, 1, 2]^T, \beta_1 = [1, 5, a]^T, \beta_2 = [b, 4, 3]^T$ , 问  $a, b$  满足什么条件时,  $\beta_1, \beta_2$  均可由  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性表出.

(2) 已知  $\alpha_1 = [1, 0, 1]^T, \alpha_2 = [2, 1, 2]^T, \alpha_3 = [1, 1, 1]^T, \beta_1 = [1, 5, a]^T, \beta_2 = [b, 4, 3]^T$ , 问  $a, b$  满足什么条件时,  $\beta_1, \beta_2$  均可由  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性表出, 能表出时, 求出其表出式.

(本题失误差率为 29%)

(ID: djky66)



## 作业 13

1 设  $A$  是  $n$  阶方阵,  $r(A) = n-1$ ,  $\alpha_1, \alpha_2$  是  $Ax = 0$  的两个不同的解,  $k$  是任意常数, 则  $Ax = 0$  的通解必是

- (A)  $k\alpha_1$ . (B)  $k\alpha_2$ .  
(C)  $k(\alpha_1 - \alpha_2)$ . (D)  $k(\alpha_1 + \alpha_2)$ . (本题失误率为 16%)

2 设  $A$  是  $n$  阶实矩阵,  $A^T$  是  $A$  的转置矩阵, 则对于线性方程组 (I)  $Ax = 0$  和 (II)  $A^T Ax = 0$ , 必有

- (A) (II) 的解是 (I) 的解, (I) 的解也是 (II) 的解.  
(B) (II) 的解是 (I) 的解, 但 (I) 的解不是 (II) 的解.  
(C) (I) 的解不是 (II) 的解, (II) 的解也不是 (I) 的解.  
(D) (I) 的解是 (II) 的解, 但 (II) 的解不是 (I) 的解. (本题失误率为 17%)

3 线性方程组

$$\begin{cases} x_2 + ax_3 + bx_4 = 0, \\ -x_1 + cx_3 + dx_4 = 0, \\ ax_1 + cx_2 - ex_4 = 0, \\ bx_1 + dx_2 + ex_3 = 0 \end{cases}$$

的基础解系有两个线性无关解组成, 则参数  $a, b, c, d, e$  应满足关系\_\_\_\_\_.

(本题失误率为 5%)

4 设  $\eta_1, \eta_2, \eta_3$  均是  $Ax = b$  的解, 若  $\lambda_1 \eta_1 + \lambda_2 \eta_2 + \lambda_3 \eta_3$  也是  $Ax = b$  的解, 则  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  应满足\_\_\_\_\_.

(本题失误率为 14%)

5

方程组是否有非零解,若没有,说明理由,若有,求方程组的基础解系.

$$\begin{cases} x_1 - x_3 = 0, \\ x_2 - x_4 = 0, \\ -x_1 + x_3 - x_5 = 0, \\ -x_2 + x_4 - x_6 = 0, \\ -x_3 + x_5 = 0, \\ x_4 + x_6 = 0. \end{cases} \quad (\text{本题失误率为 } 12\%)$$

微信公众号【顶尖考研】

6

 求线性方程组  $x_1 + 2x_2 + 3x_3 + \cdots + nx_n = \frac{n(n+1)}{2}$  的通解.

(本题失误率为 16%)

7

线性方程组  $Ax = \beta_1 + k\beta_2$ , 其中

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}, \beta_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \beta_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

讨论  $k$  为何值时, 方程组无解, 有解, 若有解, 求出其通解.

(本题失误率为 22%)

8

设线性非齐次方程组

$$\begin{cases} x_1 + a_1 x_2 + a_1^2 x_3 = a_1^3, \\ x_1 + a_2 x_2 + a_2^2 x_3 = a_2^3, \\ x_1 + a_3 x_2 + a_3^2 x_3 = a_3^3, \\ x_1 + a_4 x_2 + a_4^2 x_3 = a_4^3. \end{cases}$$

(1) 证明若  $a_1, a_2, a_3, a_4$  互不相等时, 方程组无解.

(2) 设  $a_1 = a_3 = k, a_2 = a_4 = -k$ . 求方程组的通解.

(本题失误率为 18%)

- 9 设非齐次线性方程组  $Ax = b$ , 其中  $A$  是  $m \times n$  矩阵, 且  $r(A) = r(A|b) = r < n$ .  
证明:  $Ax = b$  有且仅有  $n - r + 1$  个线性无关解. (本题失误率为 42%)

微信公众号: 顶尖考研  
(ID: djky66)

- 10 设线性方程组

$$\begin{cases} ax_1 + bx_2 + bx_3 + \cdots + bx_n = 0, \\ bx_1 + ax_2 + bx_3 + \cdots + bx_n = 0, \\ \cdots \cdots \\ bx_1 + bx_2 + bx_3 + \cdots + ax_n = 0, \end{cases}$$

其中  $n \geq 2, a \neq 0, b \neq 0$ . 问  $a, b$  满足什么关系时, 方程组只有零解;  $a, b$  满足什么关系时, 方程组有非零解, 有非零解时, 求出其通解. (本题失误率为 22%)



## 作业 14

1 设  $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \\ 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ , 则下列向量是  $A$  的特征向量的是

- (A)  $[1, 2, 1]^T$ . (B)  $[1, -2, 1]^T$ . (C)  $[2, 1, 2]^T$ . (D)  $[2, 1, -2]^T$ .

(本题失误差率为 14%)

2 设  $A$  是三阶矩阵, 有特征值  $1, -1, 2$ , 则下列矩阵中可逆矩阵是

- (A)  $E - A$ . (B)  $E + A$ . (C)  $2E - A$ . (D)  $2E + A$ .

(本题失误差率为 10%)

3  $A, B$  是  $n$  阶矩阵, 且  $A \sim B$ , 则

- (A)  $A, B$  的特征矩阵相同. (B)  $A, B$  的特征值相同.  
(C)  $A, B$  相似于同一个对角阵. (D) 存在  $n$  阶方阵  $Q$ , 使得  $Q^T A Q = B$ .

(本题失误差率为 6%)

4 设  $n$  阶矩阵  $A, B$  相似, 则下列关系式 (1)  $A^2 \sim B^2$ , (2) 若  $A$  可逆,  $A^{-1} \sim B^{-1}$ , (3)  $A^T \sim B^T$ , (4)  $A^* \sim B^*$  中成立的个数是

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

(本题失误差率为 25%)

5  $A$  满足关系式  $A^2 - 2A + E = O$ , 则  $A$  的特征值的取值范围是\_\_\_\_\_.

(本题失误差率为 16%)

6 三阶矩阵  $A$  有特征值  $-1, 1, 2$ ,  $B = A - 3A^2$ , 则  $|B| =$ \_\_\_\_\_.

(本题失误差率为 22%)

微信公众号【顶尖考研】

7 已知  $A \sim \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 2 \end{bmatrix}$ , 则  $r(A-E) + r(E+A) =$  \_\_\_\_\_.

(本题失误率为 19%)

8 已知  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & a \\ 2 & a & -2 \\ a & -1 & 1 \end{bmatrix}$ , 求  $A$  的特征值和特征向量, 并分析  $a$  为何值时,  $A$  能

相似于对角阵;  $a$  为何值时,  $A$  不能相似于对角阵.

(本题失误率为 18%)

微信公众号【顶尖考研】  
(ID: djky66)

9 已知  $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ , 其中  $a_{ij} = 1 (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n)$ , 求可逆阵  $P$ , 使  $P^{-1}AP = \Lambda$ .

(本题失误率为 15%)

**10** 设三阶实对称矩阵  $A$  有特征值  $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 3$ .  $A$  的对应于  $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2$  的特征向量分别是  $\xi_1 = [-1, -1, 1]^T, \xi_2 = [1, -2, -1]^T$ ,

(1) 求  $A$  的属于  $\lambda_3 = 3$  的特征向量.

(2) 求  $A$ .

(本题失误率为 22%)

微信公众号【顶尖考研】  
(ID: djky66)

**11** 设  $A$  是三阶矩阵, 有特征值  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ , 其对应的特征向量分别是  $\xi_1 = [1, 0, 0]^T, \xi_2 = [1, 1, 0]^T, \xi_3 = [1, 1, 1]^T$ , 求  $A^n$ .

(本题失误率为 30%)

**12** 设  $A$  是  $n$  阶实矩阵, 有  $A\xi = \lambda\xi, A^T\eta = \mu\eta$ , 其中  $\lambda, \mu$  是数, 且  $\lambda \neq \mu, \xi, \eta$  是  $n$  维非零向量, 证明  $\eta, \xi$  正交. (本题失误差率为 26%)

微信公众号【顶尖考研】

**13** 设  $A_{3 \times 3}$  与对角阵  $A = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & \\ & \lambda_2 & \\ & & \lambda_3 \end{bmatrix}$  相似, 证明:  $B = (A - \lambda_1 E)(A - \lambda_2 E)(A - \lambda_3 E) = O$ . (本题失误差率为 34%)



## 作业 15

1 二次型  $x^T A x$  正定的充要条件是

(A) 存在可逆矩阵  $P$ , 使得  $P^{-1} A P = E$ .

(B) 存在  $n$  阶矩阵  $D$ , 使得  $A = D^T D$ .

(C) 存在正交阵  $Q$ , 使得  $Q^{-1} A Q = Q^T A Q = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \lambda_n \end{bmatrix}$ , 其中  $\lambda_i > 0 (i = 1, 2, \dots, n)$ .

(D) 对任何  $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ , 其中  $x_i \neq 0 (i = 1, 2, \dots, n)$  均有  $x^T A x > 0$ .

(本题失误差率为 25%)

2

矩阵  $A = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & -1 & \\ & & 1 \end{bmatrix}$  和  $B = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & -1 \end{bmatrix}$  是合同矩阵, 即存在可逆矩阵  $C$ , 使

$C^T A C = B$ , 其中  $C =$  \_\_\_\_\_.

(本题失误差率为 18%)

3

设  $A = \begin{bmatrix} k & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & k+2 \end{bmatrix}$  正定, 则  $k$  应满足条件 \_\_\_\_\_.

(本题失误差率为 12%)

4

设二次型  $f = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2ax_1x_2 + 2bx_2x_3 + 2x_1x_3$  经正交变换化成标准形  $f = y_1^2 + 2y_2^2$  则参数  $a, b$  应分别等于 \_\_\_\_\_.

(本题失误差率为 19%)

5

设  $A$  是  $m \times n$  矩阵,  $E$  是  $n$  阶单位阵, 证明  $k > 0$  时,  $B = kE + A^T A$  是正定矩阵.

(本题失误差率为 34%)

6

已知  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_4 + x_4x_1$ , 用配方法化二次型为标准形, 并求所作可逆线性变换及二次型的秩和正、负惯性指数. (本题失误差率为 23%)

微信公众号: 顶尖考研  
(ID: djky66)

微信公众号【顶尖考研】

7

已知  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = 2x_1x_2 - 6x_1x_3 - 6x_2x_4 + 2x_3x_4$ , 用正交变换化二次型为标准形, 并指出二次型的秩及正负惯性指数. (本题失误差率为 26%)

8 设  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ , 求可逆矩阵  $C$ , 使得  $C^T A C = B$ .

(本题失误率为 24%)



9 试问:  $\lambda$  为何值时, 二次型

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_2^2 + 4x_3^2 + 2\lambda x_1 x_2 - 2x_1 x_3 + 4x_2 x_3$$

为正定二次型?

(本题失误率为 20%)

10

已知实对称阵  $A$  满足  $A^3 - 4A^2 + 5A - 2E = O$ , 证明  $A$  是正定矩阵.

(本题失误率为 22%)

11

设  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $B = (kE + A)^2$ , ( $k$  为实数)

(1) 求对角阵  $\Lambda$ , 使  $B \sim \Lambda$ .

(2) 问  $k$  满足什么条件时,  $B$  是正定阵.

(本题失误率为 35%)



## 作业 16

1 已知  $A, B, C$  三事件中,  $P(A \cup B) = 0$ , 则  $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$  三事件

- (A) 相互独立. (B) 两两独立, 但不一定相互独立.  
(C) 不一定两两独立. (D) 一定不两两独立. (本题失误差率为 22%)

2 设随机事件  $A, B, C$  满足关系式  $\overline{(A \cup B)}C = \bar{A}C \cup \bar{B}C$ , 则

- (A)  $A \cup B \subset \bar{C}$ . (B)  $A \subset B \subset \bar{C}$ . (C)  $A = B = \bar{C}$ . (D)  $\bar{A}BC = \emptyset$ .  
(本题失误差率为 35%)

3 一只口袋中有编号分别为 1, 2, 3, 4, 5 五个球, 今从中随机取 3 只球, 则取到的球中最大号码为 4 的概率为

- (A) 0. 3. (B) 0. 4. (C) 0. 5. (D) 0. 6.  
(本题失误差率为 28%)

4 商店销售 10 台洗衣机, 其中有三台次品. 现已售出 1 台洗衣机, 在余下的洗衣机中任取两台发现均为正品, 则原先售出一台为次品的概率为

- (A)  $\frac{3}{10}$ . (B)  $\frac{2}{8}$ . (C)  $\frac{2}{10}$ . (D)  $\frac{3}{8}$ .  
(本题失误差率为 31%)

5 已知事件  $A, B, C$  的概率均为  $\frac{1}{4}$ , 且  $P(AB) = P(BC) = \frac{1}{6}$ ,  $P(AC) = 0$ , 则  $A, B, C$  都不发生的概率为\_\_\_\_\_.

(本题失误差率为 26%)

6 设两个相互独立的事件  $A$  和  $B$  都不发生的概率为  $\frac{4}{9}$ ,  $A$  发生且  $B$  不发生的概率与  $B$  发生  $A$  不发生的概率相等, 则  $P(A) =$ \_\_\_\_\_.

(本题失误差率为 21%)

7 设  $A, B$  两事件相互独立, 且  $P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$ , 又设  $C = (A \cup B)(\bar{A} \cup \bar{B})(A \cup \bar{B})$ , 则  $P(C) =$ \_\_\_\_\_.

(本题失误差率为 19%)

**8** 盒中有 4 只次品, 6 只正品, 随机地抽取一只测试, 则第 4 只次品在第 5 次测试中发现的概率为\_\_\_\_\_. (本题失误差率为 24%)

**9** 从  $0, 1, 2, \dots, 9$  这十个数字中任意选出 3 个不同的数字组成一个三位数, 则这个三位数可以被 5 整除的概率是\_\_\_\_\_. (本题失误差率为 32%)

**10** 50 只钉随机地取来用在 10 个部件上, 其中有 3 只次品钉, 每个部件使用 3 只钉. 如一个部件都用次品钉, 则部件因太弱而出问题, 求出问题的概率. (本题失误差率为 23%)

微信公众号: 顶尖考研  
(ID: djky66)

**11** 设  $X$  和  $Y$  为两个正的真分数, 记事件  $A$  为  $X + Y \leq 1$ , 事件  $B$  为  $XY \leq \frac{2}{9}$ , 试求概率  $P(A), P(B), P(AB)$ . (本题失误差率为 24%)

**12**  $n$  双不同的鞋,任取  $2r$  只 ( $2r \leq n$ ),求下列事件的概率:

- (1) 没有 2 只鞋能配成一双;
- (2) 恰有 2 只鞋能配成一双;
- (3) 能配成  $r$  双.

(本题失误差为 30%)

**13** 两个箱子放有同一产品,第一箱中有 4 件次品和 6 件正品,第二箱中  $\frac{1}{4}$  为次品,其余为正品. 现从第一箱中任取两件产品,而且已知其中有一件是次品,再从第二箱中任取一件产品. 若从这三件产品中任取一件,求取得产品是次品的概率. (本题失误差为 33%)

**14** 第一个口袋里有 3 个白球 5 个红球,第二个口袋里有 2 个白球 4 个红球,现从第一袋中任取一个球放入第二袋中,求

(1) 从第二袋中取出一球是白球的概率;

(2) 已知从第二袋中取出一个是白球,该球来自第一袋的概率. (本题失误率为 28%)

**15** 设某家庭有 3 个孩子,在已知至少有一个女孩的条件下,求这个家庭中至少有一个男孩的概率. (本题失误率为 19%)



## 作业 17

1 设随机变量  $X$  的概率密度为  $\varphi(x)$ , 且  $\varphi(-x) = \varphi(x)$ ,  $F(x)$  是  $X$  的分布函数, 则对任意实数  $a$ , 有

- (A)  $F(-a) = 1 - \int_0^a \varphi(x) dx$ . (B)  $F(-a) = \frac{1}{2} - \int_0^a \varphi(x) dx$ .  
(C)  $F(-a) = F(a)$ . (D)  $F(-a) = 2F(a) - 1$ .

(本题失误差率为 17%)

2 设连续型随机变量  $X$  的分布函数  $F(x) = \begin{cases} A + Be^{-\lambda x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases} (\lambda > 0)$ , 则  $P\{-1 \leq X < 1\} =$

- (A)  $e^\lambda - e^{-\lambda}$ . (B)  $1 - e^{-\lambda}$ . (C)  $\frac{1}{2}(1 + e^{-\lambda})$ . (D)  $\frac{1}{2}(1 + e^\lambda)$ .

(本题失误差率为 22%)

3 设随机变量  $X$  服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ , 则随  $\sigma$  的增大, 概率  $P\{|X - \mu| < \sigma\}$

- (A) 单调增大. (B) 单调减小. (C) 保持不变. (D) 非单调变化.

(本题失误差率为 25%)

4 设随机变量  $X \sim N(\mu, 4^2)$ , 随机变量  $Y \sim N(\mu, 5^2)$ , 记  $p_1 = P\{X \leq \mu - 4\}$ ,  $p_2 = P\{Y \geq \mu + 5\}$ , 则

- (A) 对任何实数  $\mu$ , 都有  $p_1 = p_2$ . (B) 对任何实数  $\mu$ , 都有  $p_1 < p_2$ .  
(C) 只对  $\mu$  的个别值, 才有  $p_1 = p_2$ . (D) 对任何实数  $\mu$ , 都有  $p_1 > p_2$ .

(本题失误差率为 26%)

5 设随机变量  $X$  有分布律  $P\{X = k\} = \frac{C}{2^k \cdot k!}, k = 0, 1, 2, \dots$ , 则  $C =$  \_\_\_\_\_.

(本题失误差率为 20%)

6 设随机变量  $X \sim N(2, \sigma^2)$ , 且概率  $P\{2 < X < 4\} = 0.3$ , 则  $P\{X < 0\} =$  \_\_\_\_\_.

(本题失误差率为 18%)

7 设随机变量  $X$  和  $Y$  分别服从正态分布  $N(1,4)$  和  $N(2,9)$ , 设  $p_1 = P\{X \leq -1\}$ ,  $p_2 = P\{Y \geq 5\}$ , 则  $p_1 - p_2 =$  \_\_\_\_\_. (本题失误率为 23%)

8 设  $X$  的概率密度为  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{6\pi}} e^{-\frac{x^2-4x+4}{6}} (-\infty < x < +\infty)$ . 已知  $\int_c^{+\infty} f(x) dx = \int_{-\infty}^c f(x) dx$ , 则  $c$  的值为 \_\_\_\_\_. (本题失误率为 22%)

9 掷一均匀骰子两次, 记  $X$  为 2 次掷出的最大点数, 试求随机变量  $X$  的分布律. (本题失误率为 19%)

微信公众号【顶尖考研】  
(ID: djky66)

10 设随机变量  $X$  服从  $[a, b] (a > 0)$  上的均匀分布, 且  $P\{0 < X < 3\} = \frac{1}{4}$ ,  $P\{X > 4\} = \frac{1}{2}$ , 求: (1)  $X$  的概率密度; (2)  $P\{1 < X < 5\}$ . (本题失误率为 28%)

11

随机变量  $X \sim U\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ , 令  $Y = \sin X$ , 求随机变量  $Y$  的概率密度  $f_Y(y)$ .

(本题失误率为 31%)

微信公众号【顶尖考研】

12

设随机变量  $X$  的分布律为

|     |               |               |               |                |                 |
|-----|---------------|---------------|---------------|----------------|-----------------|
| $X$ | -2            | -1            | 0             | 1              | 3               |
| $P$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{15}$ | $\frac{11}{30}$ |

求  $Y = X^2$

的分布律.

(本题失误率为 21%)



## 作业 18

1 设随机变量  $X$  和  $Y$  相互独立, 它们的概率分布依次为

|     |               |               |     |               |               |
|-----|---------------|---------------|-----|---------------|---------------|
| $X$ | $-1$          | $1$           | $Y$ | $-1$          | $1$           |
| $P$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $P$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |

则有

(A)  $X = Y$ .

(B)  $P\{X = Y\} = 0$ .

(C)  $P\{X = Y\} = \frac{1}{2}$ .

(D)  $P\{X = Y\} = 1$ . (本题失误率为 12%)

2 设随机变量  $X$  服从分布  $U[0, 2]$ , 则  $Y = \min(1, X)$  的分布函数  $F_Y(y)$  是

(A)  $F_Y(y) = \begin{cases} 0, & y \leq 1, \\ \frac{y}{2}, & 1 < y \leq 2, \\ 1, & 2 < y. \end{cases}$

(B)  $F_Y(y) = \begin{cases} 0, & y < 1, \\ \frac{y}{2}, & 1 \leq y < 2, \\ 1, & 2 \leq y. \end{cases}$

(C)  $F_Y(y) = \begin{cases} 0, & y \leq 0, \\ \frac{y}{2}, & 0 < y \leq 1, \\ 1, & 1 < y. \end{cases}$

(D)  $F_Y(y) = \begin{cases} 0, & y < 0, \\ \frac{y}{2}, & 0 \leq y < 1, \\ 1, & 1 \leq y. \end{cases}$

(本题失误率为 15%)

3 设相互独立的随机变量  $X, Y$  均服从  $(0, 1)$  区间上的均匀分布, 则服从相应区间或区域上均匀分布的有

(A)  $X^2$ .

(B)  $(X, Y)$ .

(C)  $X + Y$ .

(D)  $X - Y$ .

(本题失误率为 13%)

4 设随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立, 已知  $(X, Y)$  的概率密度为  $f(x, y)$ , 则随机变量  $(-X, -Y)$  的概率密度为\_\_\_\_\_.

(本题失误率为 22%)

5 设平面区域  $D$  由曲线  $y = \frac{1}{x}$  及直线  $y = 0, x = 1, x = e^2$  所围成, 二维随机变量  $(X, Y)$  在区域  $D$  上服从均匀分布, 则  $(X, Y)$  关于  $X$  的边缘概率密度在  $x = 2$  处的值为 \_\_\_\_\_.

(本题失误差率为 17%)

6 设随机变量  $X$  和  $Y$  相互独立, 概率密度分别为

$$f_X(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases} \quad f_Y(y) = \begin{cases} e^{-y}, & y > 0, \\ 0, & y \leq 0. \end{cases}$$

则随机变量  $Z = 2X + Y$  的概率密度  $f_Z(z) =$  \_\_\_\_\_.

(本题失误差率为 31%)

7 从 1, 2, 3 三个数字中一次任取两个数, 第一个数为  $X$ , 第二个数为  $Y$ , 记  $\xi = \max(X, Y), \eta = \min(X, Y)$ , 试求  $(X, \eta)$  和  $(\xi, \eta)$  的分布律.

(本题失误差率为 25%)

8 设二维连续型随机变量  $(X, Y)$  的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{k}{2} x e^{-(x+y)}, & x > 0, y > 0, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

(1) 求常数  $k$ ;

(2) 求  $(X, Y)$  关于  $X$  和关于  $Y$  的边缘概率密度;

(3) 判断随机变量  $X$  和  $Y$  是否相互独立.

(本题失误差率为 21%)

9

设随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立, 且  $X$  的分布为

| $X$ | -1            | 1             |
|-----|---------------|---------------|
| $P$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |

,  $Y$  服从  $N(0,1)$  分

布. 记  $Z = XY$ , 求  $Z$  的分布函数  $F_Z(z)$ .

(本题失误率为 29%)

10

设系统  $L$  是由两个相互独立的子系统  $L_1$  和  $L_2$  组成的, 联结方式分别为 (1) 串联, (2) 并联. 设系统  $L_1$  和  $L_2$  的寿命分别为  $X$  和  $Y$ , 它们的概率密度分别为

$$f_X(x) = \begin{cases} \alpha e^{-\alpha x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases} \quad f_Y(y) = \begin{cases} \beta e^{-\beta y}, & y > 0, \\ 0, & y \leq 0, \end{cases}$$

其中  $\alpha > 0, \beta > 0, \alpha \neq \beta$ , 试分别就以上两种联接方式求出系统  $L$  的寿命  $Z$  的概率密度.

(本题失误率为 36%)



## 作业 19

1 设随机变量  $X$  的数学期望为  $\mu$ , 方差为  $\sigma^2 (\sigma > 0)$ , 则对任意常数  $C$ , 必有

- (A)  $E[(X-C)^2] = E(X^2) - C^2$ . (B)  $E[(X-C)^2] = E[(X-\mu)^2]$ .  
(C)  $E[(X-C)^2] < E[(X-\mu)^2]$ . (D)  $E[(X-C)^2] \geq E[(X-\mu)^2]$ .

(本题失误差率为 17%)

2 设随机变量  $X$  和  $Y$  的方差均不为零, 则  $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$  是  $X$  和  $Y$

- (A) 不相关的充分但不必要条件. (B) 独立的充分但不必要条件.  
(C) 不相关的充分且必要条件. (D) 独立的充分且必要条件.

(本题失误差率为 23%)

3 设随机变量  $X$  和  $Y$  都服从正态分布, 则

- (A)  $X+Y$  一定服从正态分布. (B)  $X$  和  $Y$  不相关与独立等价.  
(C)  $(X, Y)$  一定服从正态分布. (D)  $(X, -Y)$  未必服从正态分布.

(本题失误差率为 16%)

4 将长度为 1m 的木棒随机地截成两段, 则两段长度的相关系数为

- (A) 1. (B)  $\frac{1}{2}$ . (C)  $-\frac{1}{2}$ . (D) -1.

(本题失误差率为 19%)

5 设随机变量  $X \sim B(n, p)$ , 且  $E(X) = 3.2, D(X) = 0.64$ , 则  $P\{X \neq 0\} =$

(本题失误差率为 24%)

6 设  $X$  表示在 10 次独立重复射击中命中目标的次数, 每次射中目标的概率为 0.4, 则  $X^2$  的数学期望  $E(X^2) =$  \_\_\_\_\_.

(本题失误差率为 12%)

7 设随机变量  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 则  $E(e^X) =$  \_\_\_\_\_. (本题失误差率为 17%)

8 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} 1+x, & -1 \leq x < 0, \\ 1-x, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$  则  $X$  的方差  $D(X) =$  \_\_\_\_\_. (本题失误差率为 20%)

9 已知随机变量  $X$  的分布律

$$P\{X = k\} = \frac{C}{2^{k+1}}, k = 0, 1, 2, \dots,$$

其中  $C$  为常数, 则随机变量  $Y = 2X - 3$  的  $D(Y) =$  \_\_\_\_\_. (本题失误差率为 18%)

10 设随机变量  $(X, Y)$  在单位圆  $D: x^2 + y^2 \leq 1$  内服从均匀分布, 则  $X$  和  $Y$  的相关系数  $\rho_{XY} =$  \_\_\_\_\_. (本题失误差率为 22%)

11 设  $X \sim N(0, 1)$ , 试证:  $E(X^k) = \begin{cases} (k-1)(k-3)\cdots 1, & k = \text{偶数}, \\ 0, & k = \text{奇数}. \end{cases}$  (本题失误差率为 24%)

12 假设一部机器在一天内发生故障的概率为 0.2, 机器发生故障时全天停止工作, 若一周 5 个工作日里无故障, 可获利润 10 万元; 发生一次故障仍可获利润 5 万元; 发生二次故障所获利润 0 元; 发生三次或三次以上故障就要亏损 2 万元. 求一周内期望利润是多少? (本题失误差率为 20%)



## 作业 20

**1** 假设随机变量  $X_1, X_2, \dots$  相互独立且服从同参数  $\lambda$  的泊松分布, 则不满足切比雪夫大数定律条件的随机变量序列就有

(A)  $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ .

(B)  $X_1 + 1, X_2 + 2, \dots, X_n + n, \dots$ .

(C)  $X_1, \frac{1}{2}X_2, \dots, \frac{1}{n}X_n, \dots$ .

(D)  $X_1, 2X_2, \dots, nX_n, \dots$ . (本题失误差率为 18%)

**2** 设随机变量  $X_1, X_2, \dots, X_n$  相互独立,  $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ , 则根据列维—林德伯格中心极限定理, 当  $n$  充分大时,  $S_n$  近似服从正态分布, 只要  $X_1, X_2, \dots, X_n$ ,

(A) 有相同的期望和方差.

(B) 服从同一离散型分布.

(C) 服从同一指数分布.

(D) 服从同一连续型分布.

(本题失误差率为 17%)

**3** 设随机变量  $X$  和  $Y$  的数学期望分别是  $-2$  和  $2$ , 方差分别为  $1$  和  $4$ , 而相关系数为  $-0.5$ , 则根据切比雪夫不等式, 有  $P\{|X + Y| \geq 6\} \leq \underline{\hspace{2cm}}$ . (本题失误差率为 25%)

**4** 假设某一年龄段女童的平均身高为  $130$  厘米, 标准差是  $8$  厘米, 现在从该年龄段女童随机地选取八名儿童测其身高, 用切比雪夫不等式估计他们的平均身高  $\bar{X}$  在  $120$  到  $140$  厘米之间的概率不小于  $\underline{\hspace{2cm}}$ . (本题失误差率为 28%)

**5** 假设某种型号的螺丝钉的重量是随机变量, 期望值为  $50$  克, 标准差为  $5$  克, 求:

- (1) 100 个螺丝钉一袋的重量超过  $5.1$  千克的概率.
- (2) 每箱螺丝钉装有  $500$  袋,  $500$  袋中最多有  $4\%$  的重量超过  $5.1$  千克的概率.

(本题失误差率为 36%)

6

一生产线生产的产品成箱包装,每箱的重量是随机的,假设每箱平均重 50(千克),标准差为 5(千克).若用最大载重量为 5 吨的汽车承运,试利用中心极限定理说明每辆车最多可以装多少箱,才能保障不超载的概率大于  $0.977(\Phi(2) = 0.977)$ ,其中  $\Phi(x)$  是标准正态分布函数). (本题失误差率为 31%)

7

计算器在进行加法时,将每个加数舍入最靠近它的整数,设所有舍入误差是独立的且在  $(-0.5, 0.5)$  上服从均匀分布.

(1) 若将 1500 个数相加,问误差总和的绝对值超过 15 的概率是多少?

(2) 最多可有几个数相加使得误差总和的绝对值小于 10 的概率不小于 0.90?

(本题失误差率为 45%)



## 作业 21

- 1 设  $X \sim N(3, 4^2)$ , 从总体  $X$  抽取样本  $X_1, X_2, \dots, X_{16}$ , 样本均值为  $\bar{X}$ , 则
- (A)  $\bar{X} - 3 \sim N(0, 1)$ . (B)  $4(\bar{X} - 3) \sim N(0, 1)$ .
- (C)  $\frac{\bar{X} - 3}{4} \sim N(0, 1)$ . (D)  $\frac{\bar{X} - 3}{16} \sim N(0, 1)$ . (本题失误差率为 15%)

- 2 设  $X_1, X_2, X_3, X_4$  为来自总体  $N(1, \sigma^2) (\sigma > 0)$  的简单随机样本, 则统计量  $\frac{X_1 - X_2}{|X_3 + X_4 - 2|}$  的分布为
- (A)  $N(0, 1)$ . (B)  $t(1)$ . (C)  $\chi^2(1)$ . (D)  $F(1, 1)$ .
- (本题失误差率为 25%)

- 3 设  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $X$  的样本, 其样本方差为  $S^2$ , 则  $D(S^2) = \underline{\hspace{2cm}}$ . (本题失误差率为 28%)

- 4 设  $X_1, X_2, \dots, X_{10}$  是来自正态总体  $N(0, \sigma^2)$  的样本, 则统计量  $Y = \frac{X_1 + \dots + X_5}{\sqrt{X_6^2 + \dots + X_{10}^2}}$  服从的分布及参数为  $\underline{\hspace{2cm}}$ . (本题失误差率为 19%)

- 5 设  $X \sim N(0, 1)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n (n > 5)$  是来自总体  $X$  的样本, 则统计量  $Y = \left(\frac{n}{5} - 1\right) \sum_{i=1}^5 X_i^2 / \sum_{j=6}^n X_j^2$  服从的分布及参数为  $\underline{\hspace{2cm}}$ . (本题失误差率为 21%)

- 6 设  $X_1, X_2$  是来自正态总体  $N(0, \sigma^2), \sigma > 0$  的样本, 则统计量  $Y = \left(\frac{X_1 + X_2}{X_1 - X_2}\right)^2$  服从的分布及参数为  $\underline{\hspace{2cm}}$ . (本题失误差率为 24%)

7

设  $X_1, X_2, \dots, X_{22}$  是来自正态总体  $N(0, \sigma^2)$  的样本, 求概率  $P\left\{\frac{\sum_{i=1}^{10} X_i}{\sqrt{\sum_{j=11}^{22} X_j^2}} \leq 1.9890\right\}$

(本题失误差为 20%)

8

从正态总体  $N(3.4, 6^2)$  中抽取容量为  $n$  的样本, 如果要求其样本均值位于区间  $(1.4, 5.4)$  内的概率不小于 0.95, 问样本容量  $n$  至少应取多大? (本题失误差为 20%)

微信公众号【顶尖考研】  
(ID: djky66)

9

设  $F_\alpha(n_1, n_2)$  为  $F(n_1, n_2)$  分布的上  $\alpha$  分位点, 试证:  $F_{1-\alpha}(n_1, n_2) = \frac{1}{F_\alpha(n_2, n_1)}$ .

(本题失误差为 37%)



## 作业 22

1 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  的样本, 其中  $\mu$  已知,  $\sigma^2 > 0$  为未知参数, 样本均值为  $\bar{X}$ , 则  $\sigma^2$  的最大似然估计量为

$$(A) \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2.$$

$$(B) \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2.$$

$$(C) \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2.$$

$$(D) \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2.$$

(本题失误差率为 20%)

2 假设某种袋装食品每袋的重量  $X$  服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ . 从一批这种袋装食品中随意抽取了 14 袋, 测得样本均值  $\bar{x} = 503.64$ , 样本标准差  $s = 11.11$ , 则  $\mu$  的 0.95 置信区间为 \_\_\_\_\_.

(本题失误差率为 18%)

3 设总体  $X$  的概率密度为  $f(x; \theta) = \sqrt{\theta} x^{\sqrt{\theta}-1} (0 < x < 1)$ , 其中未知参数  $\theta > 0$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $X$  的样本, 则  $\theta$  的最大似然估计量  $\hat{\theta} =$  \_\_\_\_\_.

(本题失误差率为 34%)

4 设总体  $X \sim E(\lambda)$ , 其中  $\lambda > 0$  是未知参数,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $X$  的样本, 则  $\lambda$  的最大似然估计量  $\hat{\lambda} =$  \_\_\_\_\_.

(本题失误差率为 26%)

5 设  $\hat{\theta}_1$  和  $\hat{\theta}_2$  是  $\theta$  的两个无偏估计, 且  $\hat{\theta}_1$  和  $\hat{\theta}_2$  不相关,  $D(\hat{\theta}_1) = 4D(\hat{\theta}_2)$ , 求在形如  $C_1\hat{\theta}_1 + C_2\hat{\theta}_2$  的估计中达到最小方差的无偏估计. (仅数学一要求)

(本题失误差率为 31%)

6

设总体  $X \sim U(a, b)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $X$  的样本, 求未知参数  $a$  和  $b$  的矩估计量.  
(本题失误差率为 28%)

微信公众号: 顶尖考研  
(ID: djky66)

7

设总体  $X$  的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{6x}{\theta^3}(\theta - x), & 0 < x < \theta, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

$X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $X$  的样本, 试求

(1)  $\theta$  的矩估计量  $\hat{\theta}$ ; (2)  $\hat{\theta}$  的方差  $D(\hat{\theta})$ .

(本题失误差率为 38%)



## 作业 23

1 已知总体服从指数分布,则可以作简单假设

(A)  $H_0: E(X) \geq 1$ .

(B)  $H_0: D(X) \geq 1$ .

(C)  $H_0: E(X) = D(X)$ .

(D)  $H_0: E(X) \geq D(X)$ . (本题失误差率为 34%)

2 已知  $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ ,  $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ , 为检验总体  $X$  的方差不小于  $Y$  的方差, 则应作检验假设

(A)  $H_0: \sigma_1^2 > \sigma_2^2; H_1: \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$ .

(B)  $H_0: \sigma_1^2 \geq \sigma_2^2; H_1: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$ .

(C)  $H_0: \sigma_1^2 < \sigma_2^2; H_1: \sigma_1^2 \geq \sigma_2^2$ .

(D)  $H_0: \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2; H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ .

(本题失误差率为 26%)

3 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自正态总体  $N(\mu, \sigma^2)$  的样本, 其中  $\mu$  和  $\sigma^2$  均未知, 记  $\bar{X}$  和  $S^2$  分别为样本均值和方差, 当  $H_0: \mu = \mu_0$  成立时则有

(A)  $\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma} \sqrt{n} \sim N(0, 1)$ .

(B)  $\frac{\bar{X} - \mu_0}{S} \sqrt{n} \sim t(n-1)$ .

(C)  $\frac{\bar{X} - \mu_0}{S} \sqrt{n} \sim t(n)$ .

(D)  $\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu_0)^2 \sim \chi^2(n-1)$ .

(本题失误差率为 19%)

4 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 其中  $\mu, \sigma^2$  均未知. 来自总体  $X$  的样本为  $X_1, X_2, \dots, X_{16}$ , 样本均值  $\bar{X}$ , 样本方差  $S^2$ , 则在显著性水平  $\alpha$  下检验假设  $H_0: \mu \geq 30$  的拒绝域为\_\_\_\_\_.

(本题失误差率为 21%)

5 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 其中  $\mu, \sigma^2$  均未知, 来自总体  $X$  的样本为  $X_1, X_2, \dots, X_{10}$ , 样本均值  $\bar{X}$ , 样本方差  $S^2$ , 则检验假设  $H_0: \sigma^2 \leq 0.06$  使用的统计量及在  $H_0$  真的情形下所服从的分布为\_\_\_\_\_.

(本题失误差率为 18%)

6

从某台车床加工的一批轴中取出 15 件测量其椭圆度, 计算得到  $S^2 = 0.025^2$ . 问该批轴椭圆度的总体方差与规定的  $\sigma_0^2 = 0.02^2$  是否有显著差异? 假设椭圆度服从正态分布, 显著性水平  $\alpha = 0.05$ .  
(本题失误率为 23%)

7

在正常情况下, 维尼纶纤度服从正态分布, 方差不大于  $0.048^2$ , 某月抽取 5 根纤维, 测得纤度如下:

1.32, 1.55, 1.36, 1.40, 1.44

在显著性水平  $\alpha = 0.01$  下检验该日生产的维尼纶纤度的方差是否正常.

(本题失误率为 32%)



某切割机在正常工作时,切割每段金属棒的平均长度为 10.5cm,标准差是 0.15cm,今从一批产品中随机抽取 15 段进行测量,假设测量结果服从正态分布,其结果如下 (cm):

10.4, 10.6, 10.1, 10.4, 10.5, 10.3, 10.3, 10.2,

10.9, 10.6, 10.8, 10.5, 10.7, 10.2, 10.7.

试问该机工作是否正常? ( $\alpha = 0.05$ )

(本题失误差率为 34%)

微信公众号【顶尖考研】  
(ID: djky66)

| 书名             | 出版时间     | 适用阶段 |
|----------------|----------|------|
| 数学公式的奥秘        | 2020年3月  | 全程复习 |
| 数学复习全书·基础篇     | 2020年6月  | 夯实基础 |
| 数学基础过关660题     | 2020年8月  | 夯实基础 |
| 数学历年真题全精解析·基础篇 | 2020年8月  | 夯实基础 |
| 数学复习全书         | 2020年12月 | 全程复习 |
| 数学历年真题全精解析     | 2021年1月  | 全程复习 |
| 高等数学辅导讲义       | 2021年3月  | 强化提高 |
| 线性代数辅导讲义       | 2021年3月  | 强化提高 |
| 概率论与数理统计辅导讲义   | 2021年3月  | 强化提高 |
| 数学强化通关330题     | 2021年4月  | 强化提高 |
| 数学决胜冲刺6套卷      | 2021年10月 | 冲刺预测 |
| 数学临阵磨枪         | 2021年10月 | 冲刺预测 |



工本费

29.80元

# 金榜题名

考研当年5~11月 (强化提高)

《强化通关330题》  
《历年真题全精解析·强化篇》



《决胜冲刺6套卷》  
《临阵磨枪》



《高数辅导讲义》  
《线代辅导讲义》  
《概率论辅导讲义》



《复习全书·综合复习篇》

考研当年11~12月

考研当年7~11月 (专项强化)

考研当年2~7月 (全面复习)

## 无基础 不数学

考研前一年6月~12月



《复习全书·基础篇》

考研前一年9月~考研当年4月



《660题》



《历年真题基础篇》

# 金榜题名

考研当年5~11月 (强化提高)

《强化通关330题》  
《历年真题全精解析·强化篇》



《决胜冲刺6套卷》  
《临阵磨枪》



《高数辅导讲义》  
《线代辅导讲义》  
《概率论辅导讲义》



《复习全书·综合复习篇》

考研当年11~12月

考研当年7~11月 (专项强化)

考研当年2~7月 (全面复习)

## 无基础 不数学

考研前一年6月~12月



《复习全书·基础篇》

考研前一年9月~考研当年4月



《660题》

考研前一年6月~12月



历年真题  
基础篇

| 书名             | 出版时间     | 适用阶段 |
|----------------|----------|------|
| 数学公式的奥秘        | 2020年3月  | 全程复习 |
| 数学复习全书·基础篇     | 2020年6月  | 夯实基础 |
| 数学基础过关660题     | 2020年8月  | 夯实基础 |
| 数学历年真题全精解析·基础篇 | 2020年8月  | 夯实基础 |
| 数学复习全书         | 2020年12月 | 全程复习 |
| 数学历年真题全精解析     | 2021年1月  | 全程复习 |
| 高等数学辅导讲义       | 2021年3月  | 强化提高 |
| 线性代数辅导讲义       | 2021年3月  | 强化提高 |
| 概率论与数理统计辅导讲义   | 2021年3月  | 强化提高 |
| 数学强化通关330题     | 2021年4月  | 强化提高 |
| 数学决胜冲刺6套卷      | 2021年10月 | 冲刺预测 |
| 数学临阵磨枪         | 2021年10月 | 冲刺预测 |



工本费

29.80元